

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Amaury de Maistre

PREMIÈRE THÈSE : CONTRIBUTION A L'ETUDE DU FONCTIONNEMENT
DE LA SPIRALE HUMPHREYS.

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

Soutenues publiquement le 30 novembre 1963, devant la Commission d'Examen.

JURY :

MM. M. ROUBAULT, *Président*

A. BERNARD	}	<i>Examineurs</i>
J. GOSSE		
P. BLAZY	}	<i>Invités</i>
R. HOUOT		



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547403_0008

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Amaury de Maistre



**PREMIÈRE THÈSE : CONTRIBUTION A L'ETUDE DU FONCTIONNEMENT
DE LA SPIRALE HUMPHREYS.**

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

Soutenues publiquement le 30 novembre 1963, devant la Commission d'Examen.

JURY :

MM. M. ROUBAULT, Président

A. BERNARD	} <i>Examineurs</i>
J. GOSSE	
P. BLAZY	} <i>Invités</i>
R. HOUOT	

THÈSES

présentées à la

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Amarly de Maistre



PREMIÈRE THÈSE : CONTRIBUTION A L'ETUDE DU FONCTIONNEMENT
DE LA SPIRALE HUMPHREYS.

DEUXIÈME THÈSE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

Soutenues publiquement le 30 novembre 1967, devant la Commission d'Examen.

JURY :

Mme. M. ROUBAUD, Président

Examinateurs	A. BERNARD
	J. COSSE
Jury	P. BLAZY
	R. HOUT

UNIVERSITE DE NANCY - FACULTE DES SCIENCES

Doyen : M. ROUBAULT

1^o Assesseur : M. AUBRY

2^o Assesseur : M. VEILLET

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT - DELSARTE - URION

Professeurs honoraires : MM. GUTTON - CROZE - RAYBAUD - LAFITTE - LERAY - JOLY - LAPORTE - EICHORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEU - DONNE - de MALLEMANN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - CHEVALIER - WAHL.

Maîtres de conférences honoraires : MM. RAUX - LIENHART .

PROFESSEURS

MM.			
URION	Chimie biologique	HEROLD	Chimie industrielle
DELSARTE	Analyse supérieure	SCHWARTZ	Exploitation minière
ROUBAULT	Géologie	GAYET	Physiologie
VEILLET	Biologie animale	MANGENOT	Phytopathologie
ECHEVIN	Botanique	MALAPRADE	Chimie
BARRIOL	Chimie théorique	HADNI	Physique
BIZETTE	Physique	BONVALET	Mécanique physique
GUILLIEN	Electronique	Mme ROIZEN	Physique
GIBERT	Chimie physique	KERN	Minéralogie
LEGRAS	Mecanique rationnelle	BASTICK	Chimie
BOLFA	Minéralogie	DUCHAUFOR	Pédologie
NICLAUSE	Chimie	NEEL	Chimie industrielle org
FAIVRE	Physique appliquée	GARNIER	Agronomie
AUBRY	Chimie minérale	WEPPE	Minéralogie appliquée
DUVAL	Chimie	BERNARD	Géologie appliquée
COPPENS	Radiogéologie	CERF	M.M.P.
FRUHLING	Physique expérimentale	CHAMPIER	Physique
SUHNER	Physique expérimentale	REGNIER	Physico-chimie
HILLY	Géologie	GAY	Chimie biologique
LE GOFF	Génie chimique	N...	Calcul dif. et intégral
CHAPON	Chimie biologique	N...	Chimie organique

MAITRES DE CONFERENCES ET PROFESSEURS SANS CHAIRE

MM.			
WERNER	Botanique	FRENTZ	Biologie animale
CONDE	Zoologie	Mme HERVE	Math. (propédeutique)
GOSSE	Génie chimique	AUROUZE	Géologie
ROCCI	Géologie	MARI	Chimie I.S.I.N.
UILLAUME	Psychophysiologie	LAFON	Physique I.S.I.N.
PLAN	Mecanique physique	FEEDEN	Physique théorique nucl
Mme BASTICK	Chimie M.P.C. Epinal	FLECHON	Physique M.P.C. Epinal
GUDEFIN	Physique	N...	Mathématiques S.P.C.N.
HORN	Physique		

Secrétaire Principal : C. CARON

- AVANT PROPOS -

C'est une joie en même temps qu'un devoir d'exprimer ici ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont permis d'accomplir ce travail.

C'est au Professeur Marcel ROUBAULT qu'iront, en premier lieu, mes remerciements. En mettant à ma disposition les très belles installations de l'Usine Pilote de l'E.N.S.G., il m'a permis de faire oeuvre de chercheur dans la discipline pour laquelle j'avais opté. Que le travail que constitue ce mémoire, fruit de recherches accomplies sous sa bienveillante direction, lui exprime toute ma reconnaissance.

Je dois aussi mes remerciements à Monsieur A. BERNARD, mon ancien professeur de Géologie Appliquée. En toute occasion il m'apporta conseils et avis avec toujours la même spontanéité. Monsieur le Professeur J. GOSSE a bien voulu se pencher sur les problèmes hydrodynamiques qui se posaient à moi et m'aider à les résoudre avec une compréhension dont je lui sais gré. C'est un honneur pour moi de les compter parmi les membres de ce jury.

Auprès de Messieurs P. BLAZY et R. HOUOT j'ai eu la chance de pouvoir exercer le métier que j'avais choisi et d'apprendre à leur contact les qualités techniques et humaines qui doivent être celles d'un chef. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance pour la confiance qu'ils m'accordèrent et les conseils qu'ils me prodiguèrent.

Monsieur M. DURAND, ingénieur à l'I.R.S.I.D., et Monsieur CHARRIER, ingénieur à la Société PECHINEY, m'autorisèrent à travailler dans leurs laboratoires et m'aidèrent à mener à bien les recherches entreprises. Monsieur R. COHEN-ALLORO, ingénieur au B.R.G.M., me fit profiter de sa longue expérience de praticien. Monsieur Ph. BEAUDOIN, ingénieur au B.R.G.M., par son esprit critique et sa grande culture mathématique, m'évita bien des échecs et m'aida à réaliser ce mémoire. Qu'ils trouvent ici mes remerciements les plus sincères.

Plus que dans toute autre discipline, la recherche dans le traitement des minerais ne peut être que l'oeuvre d'une équipe. Dans cette équipe, je me plais à associer mes camarades chercheurs AMMOU-CHOKROUM, CASES et DELON et mes amis techniciens. Parmi eux ma reconnaissance va en tout premier lieu à Monsieur P. MAGNOL, compagnon des essais de tous les jours dont j'ai pu apprécier les qualités humaines et techniques, la minutie et le dévouement. Messieurs BARBIER, MARQUES, RENAUT, VINOT et VOLFF ont joint leur dynamisme à leur goût du travail bien fait. Mesdemoiselles CRUVELLIER et GANDON firent, avec l'égale gentillesse qui les caractérise, les analyses chimiques qui me furent nécessaires.

J'exprime aussi ma gratitude à Messieurs BRISTIEL, CUNY, PERRIN et VACASSY qui firent preuve d'une grande compréhension à mon égard.

La réalisation matérielle a été faite par Mademoiselle FREDRICK et Madame FERRARI, avec un dévouement et une compétence que je me fais un devoir de souligner.

- TABLE des MATIERES -

- Introduction -	Pages
1 - Historique de la spirale Humphreys	1
2 - Exemples d'applications de la spirale Humphreys	4
3 - But de l'étude	6

Première Partie

Description de la spirale Humphreys - Etude de l'écoulement de la nappe fluide.

Chapitre 1 : Description d'ensemble de l'appareil

1 - La boîte d'alimentation	11
2 - La boîte de décharge	12
3 - L'eau de lavage	12
4 - Caractéristiques dimensionnelles	14

Chapitre 2 : Description d'un élément de spire

1 - Le profil du canal	15
2 - La collection des minéraux lourds	17
3 - L'alimentation en eau de lavage	17

Chapitre 3 : L'écoulement de la nappe fluide et le fonctionnement de la spirale

1 - Théorie de GLEESON	20
2 - Point de vue personnel	21
<u>Conclusions</u>	26

Deuxième Partie

Etude simplifiée du mouvement d'une particule dans la spirale Humphreys.

1 - Equation du mouvement	32
2 - Etude de la pente de la trajectoire	34
2 - 01 Influence du débit d'alimentation	34
2 - 02 Influence de la densité du minéral	34
2 - 03 Influence de la taille des grains	36
2 - 04 Influence du coefficient de frottement	36

Troisième Partie

Etude expérimentale de l'influence des divers facteurs sur l'écoulement de la pulpe dans la spirale Humphreys.

Introduction	38
--------------------	----

Chapitre 1 : Matériel et matériaux utilisés

1 - Le matériel employé et les conditions expérimentales	39
2 - Les matériaux utilisés et leur préparation	41
2 - 01 Nature des minéraux	41
2 - 02 Préparation des minéraux	41

Chapitre 2 : Influence des facteurs liés à la pulpe sur la distribution des grains le long de la coquille

1 - Analyse des facteurs liés à la pulpe	43
1 - 01 Le pourcentage de solide	43
1 - 02 Le débit d'alimentation	44
1 - 03 La granulométrie des produits traités	44
1 - 04 La nature des minéraux employés	45
2 - Mode opératoire des expériences	45
2 - 01 Déroulement des opérations	45
2 - 02 Mesure et ajustement des facteurs	46
2 - 03 Prélèvement des échantillons	47
3 - Recherche des paramètres caractérisant un essai. Représentation des résultats	48

4 - Les résultats	51
4 - 01 Valeurs numériques obtenues	51
4 - 02 Réduction des paramètres de mesure	54
5 - Précision des résultats	62
5 - 01 Erreur sur la granulométrie	63
5 - 02 Erreur sur la densité du minéral	63
5 - 03 Erreur sur le débit d'alimentation	63
5 - 04 Erreur sur le pourcentage de solide	64
5 - 05 Erreur sur la valeur de P_4	64
6 - Interprétation des résultats	67
6 - 01 Analyse de variance sur les valeurs de P_4	68
6 - 02 Conclusions de l'analyse de variance	71
6 - 03 Influence des facteurs	74
7 - Mise en formule des résultats	83
8 - Le facteur minéral	89
9 - Conclusions	96

Chapitre 3 : Influence des facteurs liés à l'appareil sur la distribution des grains le long de la coquille.

1 - Le profil de la coquille	98
2 - Le pas de l'hélice	99
3 - La rugosité du fond	99
4 - Conclusions	100

Quatrième Partie

Essai de détermination des conditions optimales d'utilisation de la spirale Humphreys dans l'enrichissement des minerais métalliques.

Introduction	106
--------------------	-----

Chapitre 1 : Conditions d'installation de la spirale Humphreys.

1 - Le joint d'entrée de la pulpe dans la boîte d'alimentation	107
2 - La jointure des éléments de spires	107
3 - La verticalité de l'appareil	108

Chapitre 2 : Les minerais traitables et les granulométries employées.

1 - Les minerais traitables	110
1 - 01 La libération des constituants	110
1 - 02 La densité des constituants	111
2 - Les granulométries employées	113

Chapitre 3 : Réglage du débit et du pourcentage de solide de la pulpe.

1 - Analyse de variance sur les valeurs des différences de P_4	121
2 - Interprétation des variances	126
3 - Réglages du débit et du pourcentage de solide de la pulpe	129
3 - 01 Réglage du débit d'alimentation	130
3 - 02 Réglage du pourcentage de solide	131
4 - Conclusion	134

Chapitre 4 : L'eau de lavage et la collection des lourds.

1 - L'eau de lavage	136
2 - La coupure de la bande des concentrés	137
3 - Conclusion	139

Conclusions générales

1 - Conclusion de l'étude fondamentale	
1 - 01 L'écoulement de la pulpe dans la spirale Humphreys	141
1 - 02 Etude mathématique du mouvement d'une particule	142
1 - 03 Etude expérimentale de l'influence des divers facteurs sur l'écoulement des grains dans la spirale.....	143
2 - Conclusion de l'étude d'expérimentation	144
2 - 01 Les minerais enrichissables	145
2 - 02 Les granulométries traitables	145
2 - 03 Réglage du débit et du pourcentage de solide	145
3 - Importance du traitement par spirale Humphreys dans les techniques gravimétriques d'enrichissement.....	146
4 - Directions de recherches	147
<u>Annexe</u> : Mesure du coefficient de forme	149
<u>Bibliographie</u>	156

INTRODUCTION

La spirale HUMPHREYS est un appareil de traitement gravimétrique humide, formé essentiellement par un canal hélicoïdal à axe vertical, dont la section est sensiblement une ellipse. La pulpe à traiter, composée d'un minerai broyé à sa maille de libération et d'eau, est envoyée à la partie supérieure de l'appareil et s'écoule le long du canal. Rapidement un équilibre est atteint : les grains légers sont centrifugés sur le bord externe de l'hélice tandis que les grains lourds se concentrent vers le bord interne.

Les éléments minéraux denses sont soutirés trois fois par tour dans des orifices, percés le long du bord interne, qui communiquent avec l'axe central creux. Les éléments minéraux non récupérés qui sont descendus le long de la coquille sont rassemblés en bas de l'appareil dans la boîte de décharge.

Classiquement on admet que pour employer cet appareil de concentration il faut (4) :

- qu'il existe une différence de densité notable entre les minéraux à séparer (une différence d'une unité serait suffisante),
- que les minéraux à séparer soient entièrement libérés ; c'est-à-dire qu'il n'y ait pas de mixtes minéralogiques,
- que la taille des minéraux soit comprise entre 2,4 et 0,074 mm (8 et 200 meshes).

Bien entendu ces conditions ont plus ou moins de raisons d'être suivant les cas particuliers des minerais envisagés.

1) - HISTORIQUE DE LA SPIRALE HUMPHREYS.

L'appareil industriel a été mis au point aux Etats-Unis en 1943 par Ira B. HUMPHREYS de Denver (Colorado) pour le traitement de sables de plage, contenant quartz et chromite déposés sur une côte de l'état d'Oregon (U.S.A.).

Cependant le principe même de l'appareil avait été découvert bien avant cette date puisque les Egyptiens (19) utilisaient des tours de lavage spiralées pour laver les minerais d'or, d'étain et de cuivre. On trouve encore de telles constructions en Sardaigne, dans le Proche Orient et même aux Indes.

De même, avant les Américains, les Belges ont employé, au début de ce siècle, des spirales métalliques pour traiter des charbons anthraciteux. Quoiqu'il en soit, le mérite du lancement industriel d'une telle forme de concentrateur revient à la HUMPHREYS Investment Co. de Denver (Colorado) et depuis 1943 le nombre des spirales employées est monté en flèche. Ce succès rapide est dû, non seulement au fait que d'excellents résultats ont été obtenus sur des minerais métalliques rocheux autres que les sables de plage, mais aussi à l'intérêt que présente l'appareil sur le plan économique. En effet, les investissements qu'il exige sont faibles, et son entretien est pratiquement nul puisqu'il n'y a aucune pièce en mouvement.

Selon J.W. THOMSON (36) on comptait, au 31 décembre 1957, 9.390 appareils installés dans le monde dont la répartition est donnée par le tableau suivant :

Tableau 1

Répartition des spirales Humphreys selon leur utilisation

Champ d'application	Nombre de spirales	Pourcentage
Sables de plage de Floride (Quartz, Ilménite, Rutile, Zircon)	3 374	35,9
Minerais de Fer du Nord des U.S.A.	1 712	18,2
Autres minerais de Fer (Est des U.S.A. - autres pays)	1 638	17,5
Tungstène (Wolfram de Climax)	752	8,0
Phosphates	374	4,0
Chromite	255	2,7
Micas	239	2,5
Plomb, Zinc, Or, Argent	107	1,1
Anthracite	108	1,2
Divers	831	8,9
Total	9 390	100,0

Ce nombre, porté à 12 000 en 1959, est actuellement largement dépassé. C'est de loin le traitement des sables de plage et des minerais de fer qui utilise le plus ce genre d'appareil :

- Pour les sables de plage (16) la spirale Humphreys permet la récupération des éléments lourds (ilménite - rutile - zircon - monazite) et ceci d'autant plus facilement que le minerai est parfaitement libéré à des granulométries allant de 74 à 420 microns, et que les différences de densité entre les lourds et les légers sont bien nettes.

On peut citer comme utilisateurs de spirales Humphreys pour de tels sables : la Rutile Mining Co of Florida près de Jacksonville en Floride, la E.I. du Pont de Nemours and Co Incorporated à Trail Ridge près de Starke en Floride.....

- Pour les minerais de fer (16) la spirale sert à enrichir les fractions granulométriques inférieures. Parmi les utilisateurs on peut citer : la M.A. Hanna Co et la Cleveland Cliffs Iron Co pour le Nord des Etats-Unis ; la Jones and Laughlin Steel Corp. à Benson Mines à Star Lake (Etat de New York) ; la Sierra Leone Development Co dans la Sierra Leone ; la Liberian Mining Co au Libéria

Mises à part ces deux sortes de minerais, de nombreux minéraux sont concentrés ou préconcentrés au moyen de spirales Humphreys (voir tableau 1). Longtemps apanage des Américains, l'emploi de cet appareil tend à se développer de plus en plus en Europe : pour le wolfram en France (Mine des Montmins), le plomb en Allemagne, la barytine en Angleterre, le cobalt au Maroc, sans oublier les grandes possibilités offertes dans l'enrichissement de certains minerais de fer oolithiques lorrains.

2) - EXEMPLES d'APPLICATIONS DE LA SPIRALE HUMPHREYS.

D'une manière générale elle ne fonctionne pas seule, mais s'insère à l'intérieur d'un ensemble d'appareils de traitement ; elle intervient le plus souvent sous forme de batteries (groupement en parallèle) pouvant rassembler plus de mille unités, ces batteries étant à même de se faire suite les unes aux autres (groupement en série) en plusieurs étages. On distingue alors couramment dans une installation : des spirales dégrossisseuses ⁽⁺⁾, des spirales épuiseuses ⁽⁺⁺⁾ et des spirales relaveuses ⁽⁺⁺⁺⁾ selon une terminologie analogue à celle employée dans un atelier de flottation.

Suivant leur position dans le schéma d'installation d'une laverie, les spirales Humphreys peuvent avoir différentes fonctions (4) :

- soit produire un concentré et un stérile définitifs en un seul stade,
- soit produire un concentré définitif, un stérile définitif et un mixte à retraiter,

(+) - Dégrossissage : production d'un préconcentré
(++) - Epuisage : production d'un stérile définitif
(+++)- Relavage : production d'un concentré définitif

- soit produire un stérile définitif et un concentré global de plusieurs minéraux, concentré qui est ensuite retraité par d'autres procédés,
- soit épuiser un stérile venant d'un autre procédé pour en retirer les minéraux accessoires,
- soit produire un concentré définitif et un stérile à traiter par un autre procédé.

Les trois exemples suivants montrent différentes possibilités d'adaptation de l'appareil. Ces exemples seront rapidement commentés et illustrés.

a) Laverie de la Funkhouser Co à Hartwell - Géorgie (U.S.A.) (35)

Cette installation traite avec 12 spirales Humphreys un minerai de quartz-feldspath et mica de manière à récupérer le mica qui, précisons-le de suite, est évacué dans le concentrateur par la boîte à stériles, donc comme un élément léger.

Le schéma d'installation, figure 1, montre un groupement de spirales donnant en un étage un concentré définitif, un stérile définitif et un mixte recyclé.

Remarque : le minerai de valeur (mica) et les stériles (quartz et feldspath) ont des densités très voisines ; la séparation est basée sur la forme du mica qui, étant aplati, se comporte, dans le flot de la pulpe, comme un élément léger entraîné, par le courant rapide, vers le bord externe de l'appareil.

b) Laverie de la Rutile Mining Co of Florida près de Jacksonville - (Floride) (35)

On traite un sable contenant quartz - zircon - ilménite - rutile et monazite par 3 étages de spirales, disposées en série (voir figure 2) qui produisent un concentré définitif de minéraux lourds. Les différents minéraux lourds sont ensuite individualisés par séparation électrostatique et séparation magnétique.

A partir d'une alimentation (0,074 - 0,297 mm) contenant 3 à 11 % de lourds on obtient un concentré titrant 88 à 96 % en lourds avec une récupération de 86 %. Les mixtes sont ici produits par les deux derniers tours

de l'appareil, et sont recyclés ensuite de manière à avoir un stérile définitif.

c) Laverie de la Climax Molybdenum Co à Climax (U.S.A.) (8)

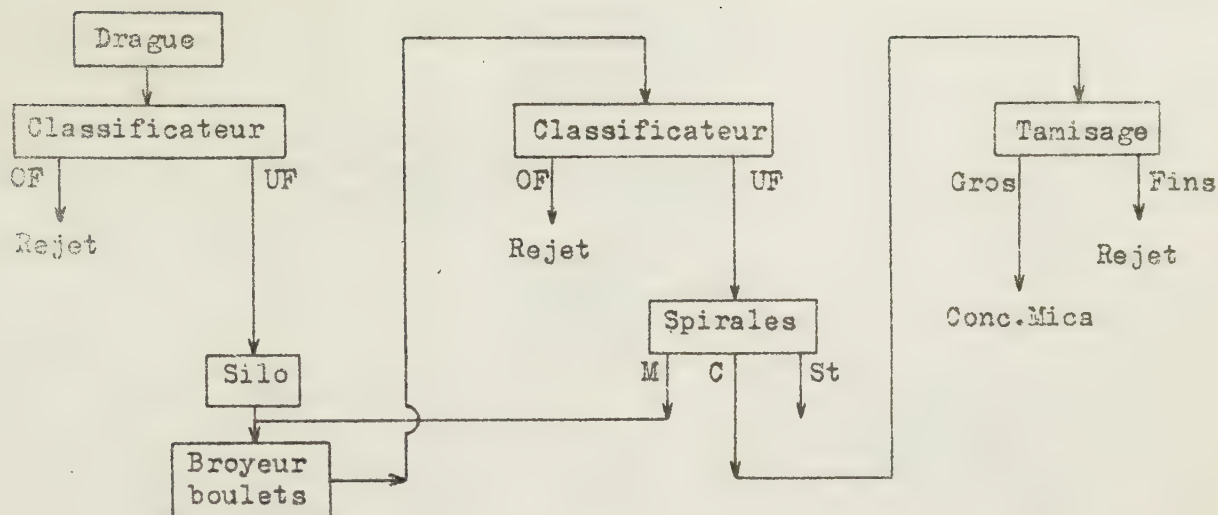
C'est un exemple d'épuration de stériles et de préconcentration de minéraux lourds. Cette usine (voir figure 3) traite un minerai contenant de la molybdénite, de la wolframite, de la cassitérite, de la pyrite, du zircon et du quartz. Après la préparation mécanique proprement dite, le tout venant est flotté pour récupérer la molybdénite, et ce sont les stériles de flottation qui sont envoyés sur spirales pour être débarrassés de la wolframite, de la cassitérite et de la pyrite (sous produits).

Ainsi existe-t-il un grand nombre d'utilisations de la spirale Humphreys et il serait facile de multiplier les exemples. Pour terminer il faut insister sur une utilisation un peu spéciale de l'appareil : à Achan en Floride (voir figure 4) l'International Minerals and Chemical Corporation (35 - 5) traite un minerai de phosphate composé d'éléments de densité et de forme très voisines : le quartz et les phosphates. De manière à avoir une séparation de ces deux minéraux, il a fallu faire subir à la pulpe un traitement chimique par la soude, le tall oil et le fuel, de manière à former des agglomérats de phosphate et de bulles d'air ; les sphérules obtenus, de densité et mouillabilité moindres, se comportent alors comme un élément léger et sont amenés à l'extérieur du canal ; le quartz, qui est alors l'élément lourds, se dirige lui vers le centre.

3) - BUT DE L'ETUDE

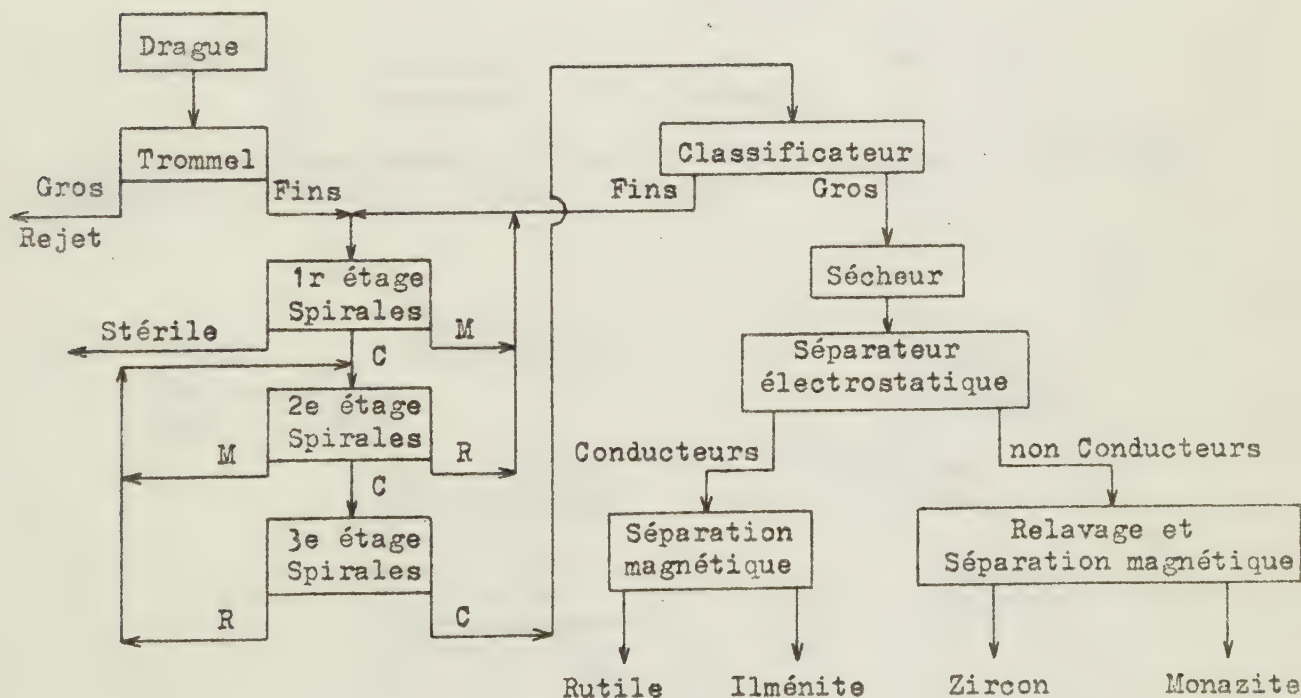
Le nombre de spirales Humphreys en service dans le monde et les quelques exemples cités montrent que les problèmes posés par cet appareil sont d'actualité. Or, il n'y a pas eu d'étude systématique de la marche du concentrateur ; en général, l'utilisateur se contente de procéder au réglage des différents paramètres par approximations successives.

Le but de cette étude est de faire apparaître les divers facteurs influençant le comportement d'une pulpe minérale lors de sa descente dans la spirale, de tester cette influence et de tirer quelques conclusions pratiques pouvant venir en aide à l'utilisateur.



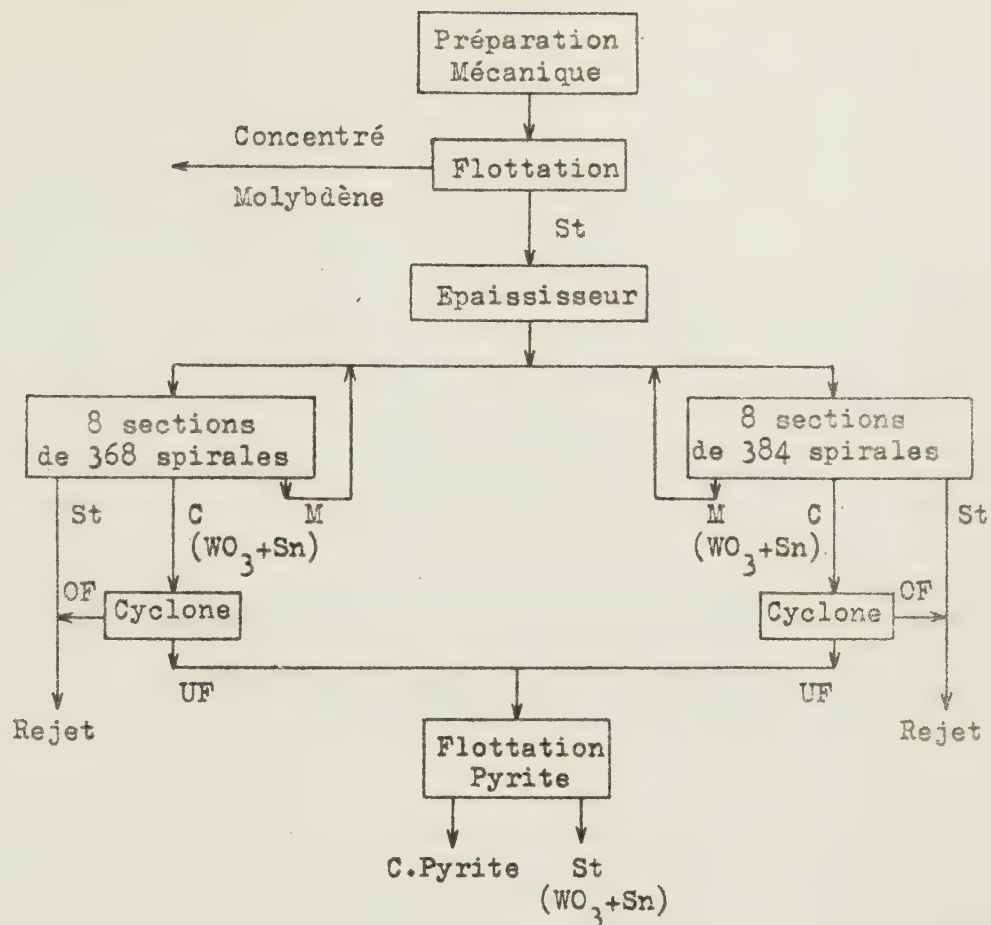
Légende : C = concentré M = mixte St = stérile
 UF = sousverse OF = surverse

Figure 1 : Schéma sommaire d'installation de la laverie de la FUNKHOUSER Co à Hartwell - Géorgie - U.S.A.



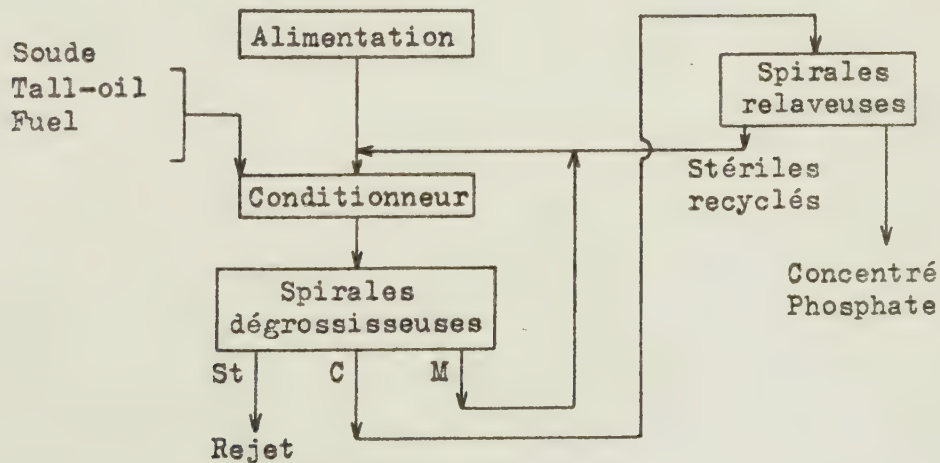
Légende : C = concentré M = mixte R = résidu

Figure 2 : Schéma sommaire d'installation de la laverie de la RUTILE MINING Co of FLORIDA près de Jacksonville - Floride - U.S.A.



Légende : C = concentré M = mixte St = stérile
 UF = sousverse OF = surverse

Figure 3 : Schéma sommaire d'installation de la laverie de la CLIMAX MOLYBDENUM Co à Climax - Colorado - U.S.A.



Légende : C = concentré M = mixte St = stérile

Figure 4 : Schéma sommaire d'installation de la laverie de l'INTERNATIONAL MINERALS and CHEMICAL CORPORATION à Achan - Floride - U.S.A.

1ère PARTIE

- Description de la spirale Humphreys
- Etude de l'écoulement de la nappe fluide

La Humphreys Investment Company de Denver (Colorado) livre sur le marché deux types de spirales différant l'un de l'autre par le nombre de spires, le diamètre de ces spires et le pas de l'hélice :

- le type 24 A, à 5 tours, généralement utilisé dans l'enrichissement des minerais métalliques,

- le type 24 C, à 6 tours, employé dans le lavage des fractions fines de charbon.

Ces appareils sont construits en fonte, mais il existe des spirales fabriquées en caoutchouc dur. L'intérieur du canal ne présente pas de polissage particulier et l'utilisateur a toute latitude pour l'adapter à sa convenance en y ajoutant un revêtement quelconque.

Remarque : il existe une spirale, fabriquée en fibre de verre, différant de la spirale Humphreys notamment par le pas de l'hélice, le profil de la coquille et le revêtement interne du canal qui est ici formé par une fine projection de grains de zircon. Cet appareil est fabriqué par la Mineral Deposits Pty Limited à Southport - Queensland (Australie).

CHAPITRE I

Description d'ensemble de l'appareil utilisé

L'appareil employé lors des essais est une spirale Humphreys, type 24 A à 5 tours, de modèle industriel. La coquille de fonte n'a subi aucun aménagement spécial à l'intérieur du canal d'écoulement.

La figure 5 donne un schéma de l'ensemble du concentrateur. Il s'agit d'un assemblage de 15 sections ouvertes sur le côté, représentant chacune un tiers de spire. Chaque section est pourvue, à chaque extrémité, de brides permettant un assemblage rapide par juxtaposition des sections bout à bout. Il convient, lors du montage, d'assurer l'étanchéité de la coquille par interposition, entre chaque élément, d'un joint plastique adéquat.

Remarque : l'appareil étant constitué d'éléments démontables, il est possible de construire des spirales ayant un nombre de tours arbitraire permettant de donner aux différents minéraux de la pulpe le chemin à parcourir nécessaire à leur séparation.

Le canal hélicoïdal ainsi constitué est placé verticalement sur un bâti autour d'un axe central creux ; cet axe creux est relié aux ouvertures qui sont percées trois fois par tour dans le bord interne de la coquille, et permet ainsi l'évacuation des produits lourds qui s'y sont accumulés.

1) - LA BOITE D'ALIMENTATION

Au sommet du canal est placée la boîte d'alimentation. C'est un caisson en fonte boulonné sur la coquille et percé, face à cette coquille, d'une ouverture en croissant épousant le profil du canal. Ce caisson est divisé en deux parties par une cloison pourvue d'une échancrure assurant la communication entre les deux compartiments (figure 6). Cette disposition

a pour but de briser le courant de pulpe et d'avoir, à la sortie S de la boîte, une alimentation régulière et uniforme. Le point d'introduction de la pulpe dans le caisson est important (32) : un jet de pulpe arrivant verticalement en A donnera l'alimentation uniforme souhaitée ; mais une introduction en B ou dans un angle de la boîte produira à l'entrée de la spirale un flot turbulent néfaste à la séparation.

2) - LA BOITE DE DECHARGE

A l'extrémité inférieure du canal est apposée la boîte de décharge destinée à regrouper les éléments légers non récupérés par les ouvertures du bord interne de la coquille. Ce caisson en fonte est lui aussi divisé en deux parties par une cloison :

- un compartiment, en contact avec le canal, qui recueille les minéraux les moins légers et les plus gros
- un compartiment, plus éloigné du canal, où se rassemblent les minéraux les plus fins et les plus légers.

3) - L'EAU DE LAVAGE

Afin d'évacuer les éléments lourds accumulés sur le bord interne de la coquille, la spirale Humphreys est dotée d'un système d'eau de lavage : le long du bord intérieur du canal et sur toute sa longueur, se trouve un canal secondaire alimenté en eau claire. Par un dispositif qui sera décrit au chapitre suivant, au niveau de chaque ouverture de collection des lourds une partie de l'eau circulant dans ce petit canal est envoyée sur la bande des lourds, d'une part pour laver les concentrés et d'autre part pour faciliter leur descente et leur collection dans les ouvertures. Cette adjonction d'eau se fait à partir de la base de la boîte d'alimentation et l'excès d'eau claire est repris en fin de descente.

La quatrième partie de cette étude montre le rôle important que peut jouer l'eau de lavage.

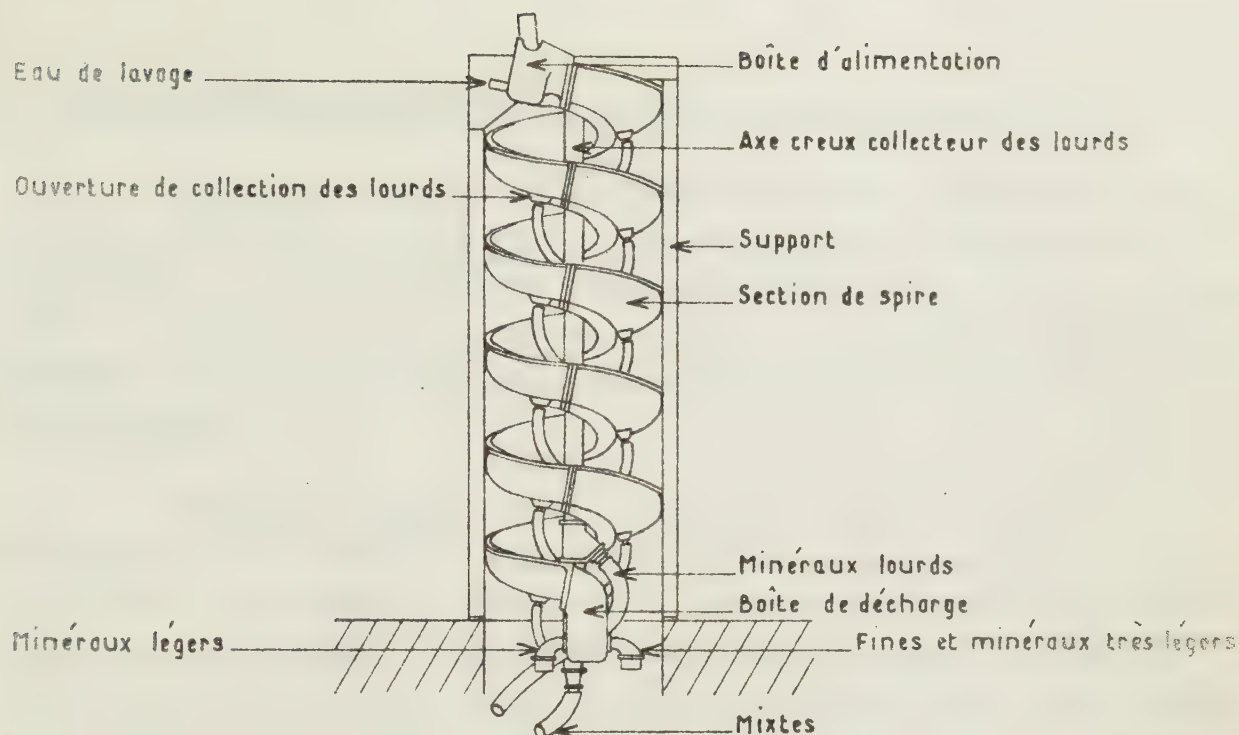


Figure 5 : Schéma d'ensemble de la spirale HUMPHREYS 24A.

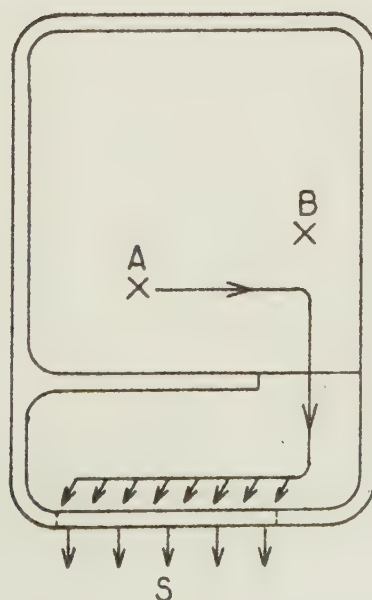


Figure 6 : Boîte d'alimentation - Vue de dessus (32).

4) - CARACTERISTIQUES DIMENSIONNELLES DE LA SPIRALE HUMPHREYS 24 A

La hauteur hors tout de l'appareil lui-même n'excède pas 220 cm, pour un encombrement plan de 50 x 50 cm. Le poids total d'environ 300 kg ne nécessite pas de soubassements spéciaux d'autant plus qu'il n'y a aucune pièce en mouvement. Ce faible volume autorise des groupements compacts de spirales sur un espace réduit avec une infrastructure relativement légère et bon marché.

Le pas de l'hélice est de 34 cm ; il ne doit en effet être ni trop grand, ni trop faible ; trop important, le courant descendant aurait une vitesse trop grande ne permettant pas un classement car tous les minéraux seraient entraînés ; trop faible, ce courant n'aurait plus l'action sélective désirée car tous les minéraux se dirigeraient vers l'axe central. Le pas moyen de 34 cm a été choisi par le constructeur après de nombreux tâtonnements.

CHAPITRE II

Description d'un élément de spire

Chaque section de canal étant construite de la même manière, il suffit de décrire un élément de spire pour représenter la totalité de la chute spirale. L'élément considéré ici comporte une ouverture de collection des lourds et un système d'alimentation en eau de lavage qui font l'objet d'une analyse détaillée.

La configuration du profil de la coquille a une grande importance ; il faut qu'il présente, en direction du bord intérieur vers le bord extérieur, un rayon de courbure graduel sur un espace assez considérable, tandis que sur le bord extérieur le profil doit avoir un rayon de courbure aigu. La plage presque plane est destinée à faciliter le tri des minéraux tandis que la courbure accentuée du bord externe empêchera la pulpe de déborder de l'appareil.

1) LE PROFIL DU CANAL

La figure 7 donne une coupe verticale du canal. Cette coupe a été effectuée par repérage polaire d'une vingtaine de points de la coquille situés dans un même plan vertical. Un ajustement de courbe a permis de remarquer que, entre les points A et B, la section est sensiblement une ellipse de centre O, de grand axe horizontal et d'excentricité 0,73. La portion elliptique AB est celle qui est normalement mouillée par le flot de pulpe ; donc dans le domaine utile du canal la section verticale de la spirale Humphreys est une ellipse.

A partir du point A, en allant vers l'axe central, le bord interne de la coquille se relève mais ce relèvement n'est pas identique tout au long du canal. Il est plus important au niveau des ouvertures de collection des lourds, va en décroissant en aval et se relève au niveau de l'ouverture suivante (voir figure 8). La modification de ce contour du bord interne a pour

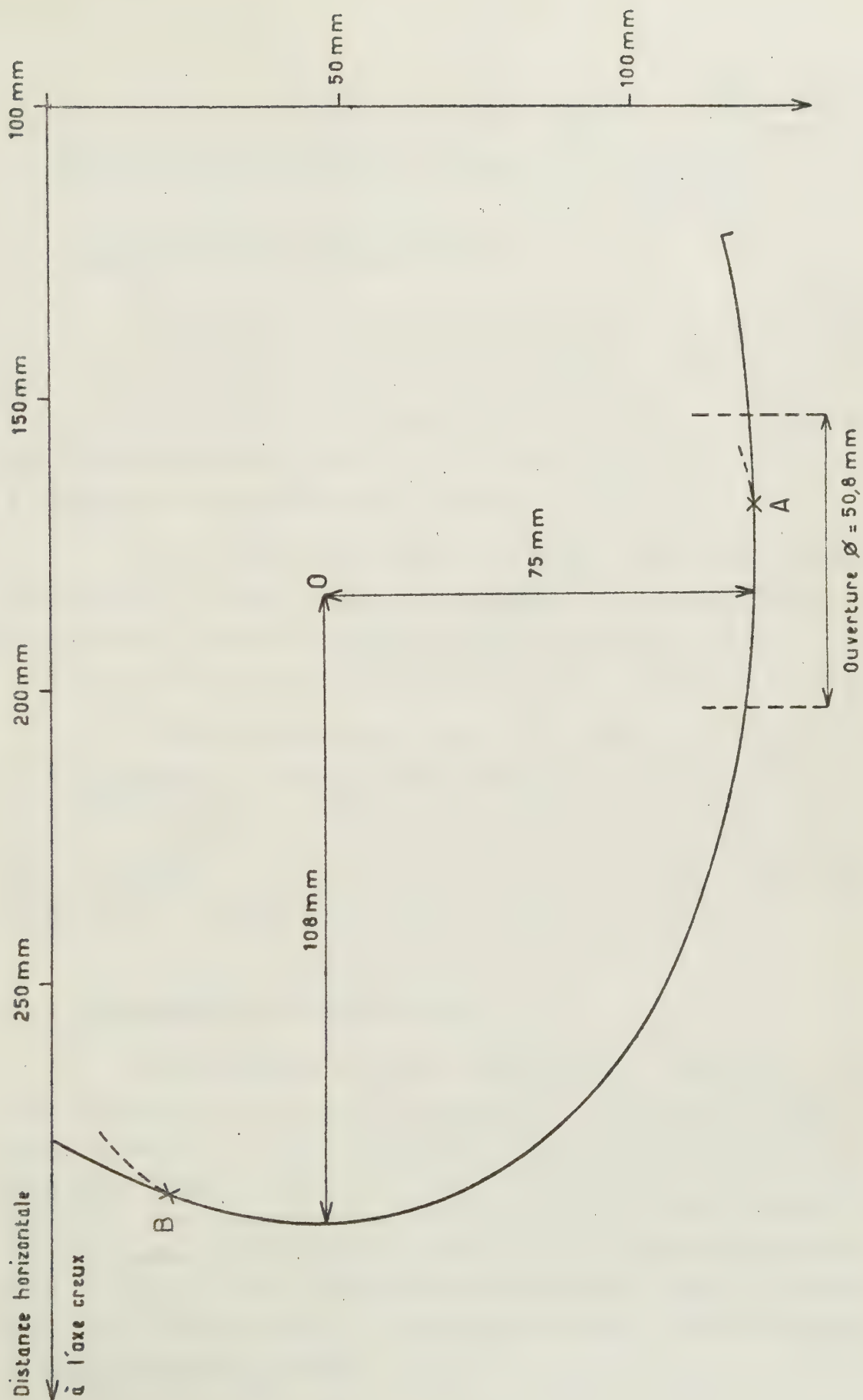


Figure 7 : Coupe verticale du canal d'écoulement de pulpe - Echelle 1.

but de faciliter la fonction de l'eau de lavage, en guidant les éléments lourds vers les ouvertures, et d'empêcher cette eau de retourner à son canal d'alimentation en l'obligeant à s'étaler sur le bord interne de la coquille.

2) - LA COLLECTION DES MINÉRAUX LOURDS

Trois fois par tour le canal d'écoulement de pulpe est percé par des ouvertures destinées à recevoir les minéraux accumulés sur le bord interne. Ces ouvertures circulaires de 50,8 mm (2 pouces) de diamètre sont reliées à l'axe central creux par des tubulures en caoutchouc. Le centre des trous est approximativement placé au point le plus bas de la coquille c'est-à-dire à proximité de son bord interne (figures 7 et 9).

Chaque trou peut recevoir des disques métalliques destinés à fermer complètement l'ouverture. Ces opercules ont une épaisseur telle, qu'une fois mis en place, leur face supérieure est de niveau avec le fond de la coquille, ne créant ainsi que peu de perturbations dans l'écoulement de la pulpe.

Afin de prélever une partie de la bande des minéraux s'écoulant sur le bord interne, un certain nombre d'opercules amovibles sont formés seulement par un secteur de 180° obstruant partiellement l'ouverture. Suivant un rayon ou un diamètre du secteur, la partie complémentaire du cercle est relevée à angle droit et permet de faire tourner le disque sur son support, effectuant ainsi la coupure à l'endroit désiré.

3) - L'ALIMENTATION EN EAU DE LAVAGE

Dans le modèle de spirale utilisée, un courant d'eau claire de lavage est envoyé de haut en bas dans le petit canal accolé au bord interne du canal de descente de pulpe dans une position légèrement inférieure (figure 9). Au niveau de chaque ouverture d'évacuation des lourds, ce petit canal est entaillé par une encoche qui permet à une partie de l'eau claire de passer du petit au grand canal (figure 9). Cette faible quantité d'eau arrive alors dans un trou de 19 mm (3/4 de pouce) de diamètre situé à l'extrémité de l'encoche, qui distribue alors, d'une façon uniforme, l'eau de lavage au sein de la bande d'éléments lourds.

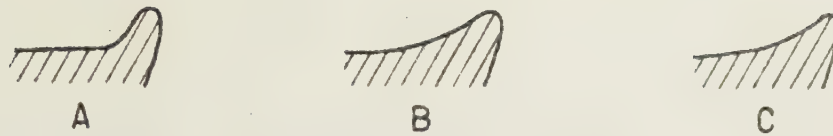


Figure 8 : Coupe verticale du bord interne de la coquille.

A : au niveau d'une ouverture de collection des lourds.

B : en amont d'une ouverture de collection des lourds.

C : en aval d'une ouverture de collection des lourds.

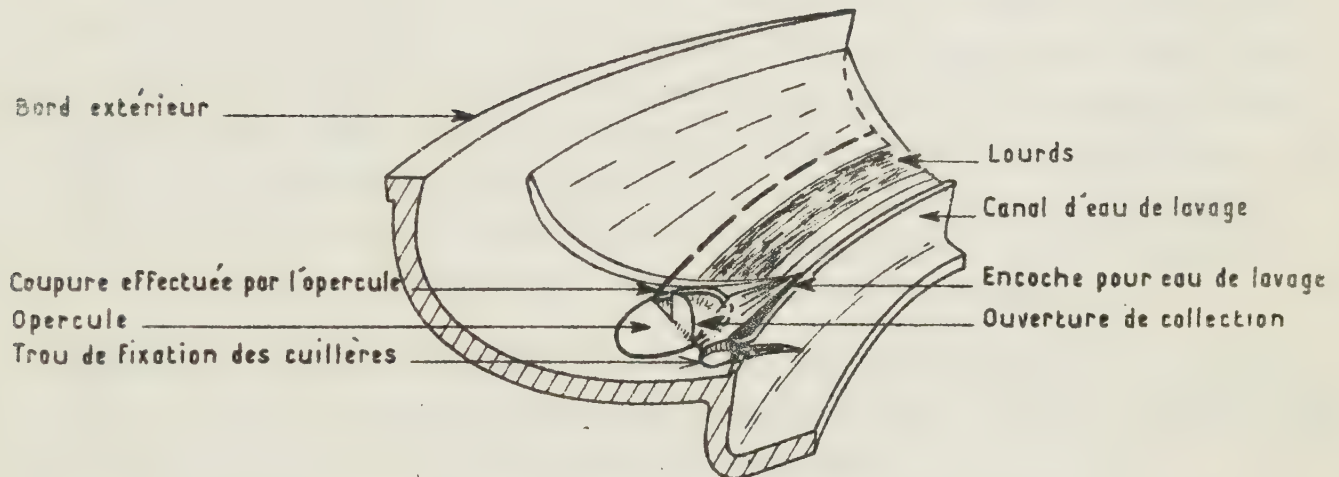


Figure 9 : Coupe schématique d'un élément de spire (4).

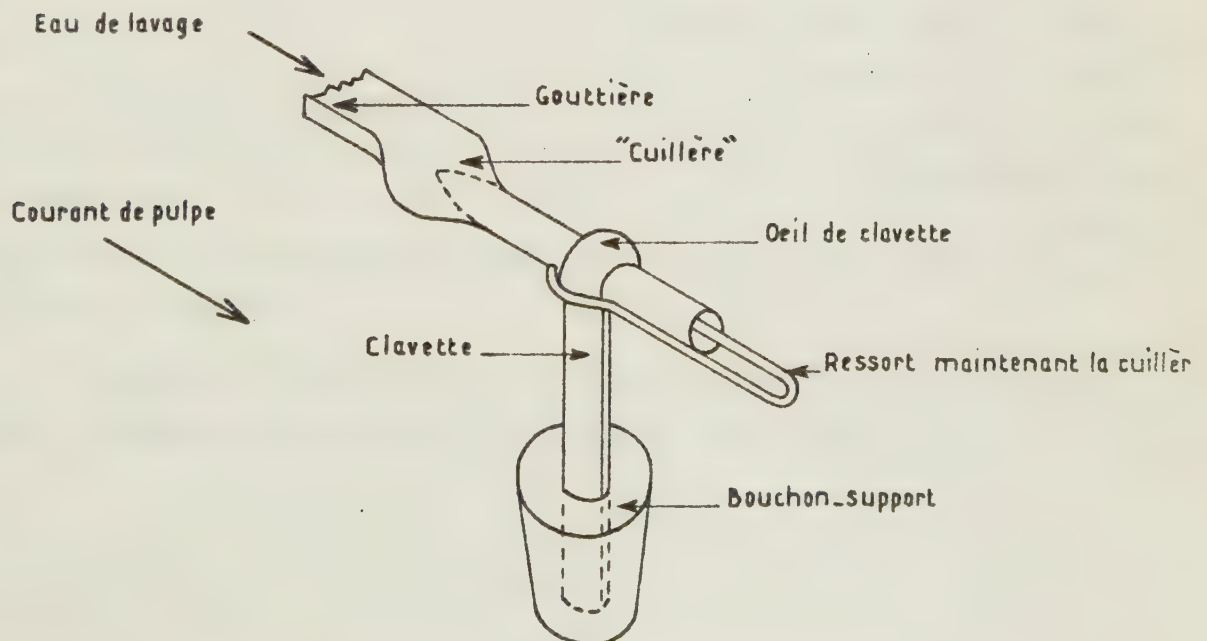


Figure 10 : Schéma du montage d'une cuillère d'eau de lavage (4).

Ce système, qui souvent suffit lorsque l'on traite des produits assez fins, se montre inefficace dans le cas de minéraux plus gros. Dans ce cas on a recours à une alimentation en eau de lavage au moyen de "cuillères". Il s'agit d'une lame métallique de 10 cm de long en forme de gouttière dont une extrémité plonge dans le petit canal d'eau claire et dont l'autre aboutit dans la coquille elle-même. L'eau de lavage prélevée dans le canal s'écoule dans la gouttière et vient arroser la bande des lourds en aval immédiat des trous de collection. La fixation des "cuillères" est simple et rapide (figure 10) : une extrémité de la gouttière est effilée et passe dans l'oeil d'une clavette verticale elle-même enfoncée dans un bouchon. Ce bouchon se place verticalement dans le trou de 19 mm qui servait, dans le cas précédent, à une répartition uniforme de l'eau. Ce procédé permet de régler avec assez de précision la quantité d'eau envoyée dans la coquille : il suffit pour cela d'incliner plus ou moins la gouttière par rapport à son axe.

Remarque : lorsque l'on emploie le système des "cuillères" pour l'alimentation en eau de lavage, on a avantage à obstruer, avec du mastic ou un produit quelconque, les encoches pratiquées dans le canal.

Il est parfois intéressant de ne pas ajouter d'eau claire dans le circuit et de ce fait de ne pas avoir d'eau de lavage amenée spécialement. Dans ce cas, pour permettre quand même l'écoulement des produits lourds, on ponctionne de l'eau dans la coquille d'écoulement de pulpe, en un point où elle est peu chargée c'est-à-dire au sommet de la nappe fluide sur le bord externe du canal. Ce prélèvement se fait à l'aide d'un "porte-manteau" qui est un tuyau métallique de forme adéquate, reliant le sommet de la nappe fluide au canal d'eau de lavage, alimentant ainsi en eau presque claire le système des cuillères.

Il est bien évident que l'on peut combiner plus ou moins toutes ces méthodes et même arroser la bande des lourds en des points non prévus à cet effet.

CHAPITRE III

L'écoulement de la nappe fluide dans la coquille et le fonctionnement de la spirale

Si l'on observe une spirale Humphreys en fonctionnement on s'aperçoit que la lame fluide monte (plus ou moins haut suivant le débit d'alimentation) sur le bord externe de la coquille et a, à cet endroit, une épaisseur relativement forte (figure 12), alors qu'au voisinage du bord interne elle s'écoule plus lentement avec une épaisseur bien moindre. Un examen attentif du flot descendant laisse deviner l'existence de plusieurs courants fluides de direction et d'intensité différentes.

1) - THEORIE DE GLEESON

George W. GLEESON (18) explique le fonctionnement de la spirale de la manière suivante :

" Lorsque l'eau descend dans le canal hélicoïdal, chaque élément est soumis
" à une force centrifuge tangentielle au canal, directement proportionnelle
" au rayon correspondant à la position de l'élément considéré. Cette force
" centrifuge pousse l'eau vers le bord externe de la spirale jusqu'à ce qu'il
" se crée un équilibre entre la force centrifuge dirigée vers le haut et la
" force de gravité dirigée vers le bas. La position du courant d'eau ainsi
" établie reste constante pour un pas et un rayon uniforme.

" La vitesse du courant spiralé décroît avec la profondeur : elle
" est maximum juste au-dessous de la surface et tend vers zéro au contact du
" canal ; la chute de vitesse est surtout localisée au contact immédiat de ce
" canal.

" Dans toute conduite courbe, que ce soit un tuyau ou un lit de
" rivière, la couche d'eau la plus proche du fond, retardée par le frottement,
" est soumise à une force centrifuge beaucoup plus faible que le reste ;

" en conséquence elle s'écoule suivant la corde du virage en entraînant les
" particules sableuses les plus lourdes. Simultanément à ce courant de fond
" centripète, il faut que la masse d'eau supérieure s'écoule vers l'extérieur
" pour remplacer la couche profonde. Il y a par conséquent en plus de la des-
" cende du courant le long de la spirale, un écoulement transversal dirigé
" de haut en bas et de vitesse décroissante, accompagné d'un écoulement trans-
" versal dirigé de bas en haut et dont la vitesse croît jusqu'à ce que le
" frottement la ralentisse à nouveau. On a démontré que ce mouvement complexe
" se produit dans toutes les courbes, et le cas de la spirale correspond seu-
" lement à une exagération du phénomène. Tous ces courants et toutes ces
" forces se conjuguent pour assortir et concentrer les particules solides en
" suspension dans le liquide."

En bref cette explication montre l'existence de trois courants :

- un courant principal descendant le long de la spirale,
- un courant transversal de fond dirigé de haut en bas et de vitesse décroissante,
- un courant transversal de surface dirigé de bas en haut et de vitesse croissante.

La figure 11 résume cette hypothèse.

2) - POINT DE VUE PERSONNEL

Des essais de mesure de la vitesse des courants fluides ont été entrepris avec une sonde de pression d'arrêt ; malheureusement la complexité du repérage, dans l'espace de ces différents vecteurs vitesses, a rendu impossible toute conclusion. Pour la même raison, une analyse photographique du phénomène a été infructueuse.

Cependant, pour vérifier simplement la théorie de GLEESON, on a disposé sur le fond de la coquille, perpendiculairement à une section normale à la spire, des morceaux de fils espacés de 1 cm et on a noté la position de ces fils par rapport à la perpendiculaire à cette section lors du passage d'un flot d'eau pure. Des essais analogues ont été effectués en surface de la nappe fluide en attachant les fils à une fine aiguille affleurant le niveau de l'eau.

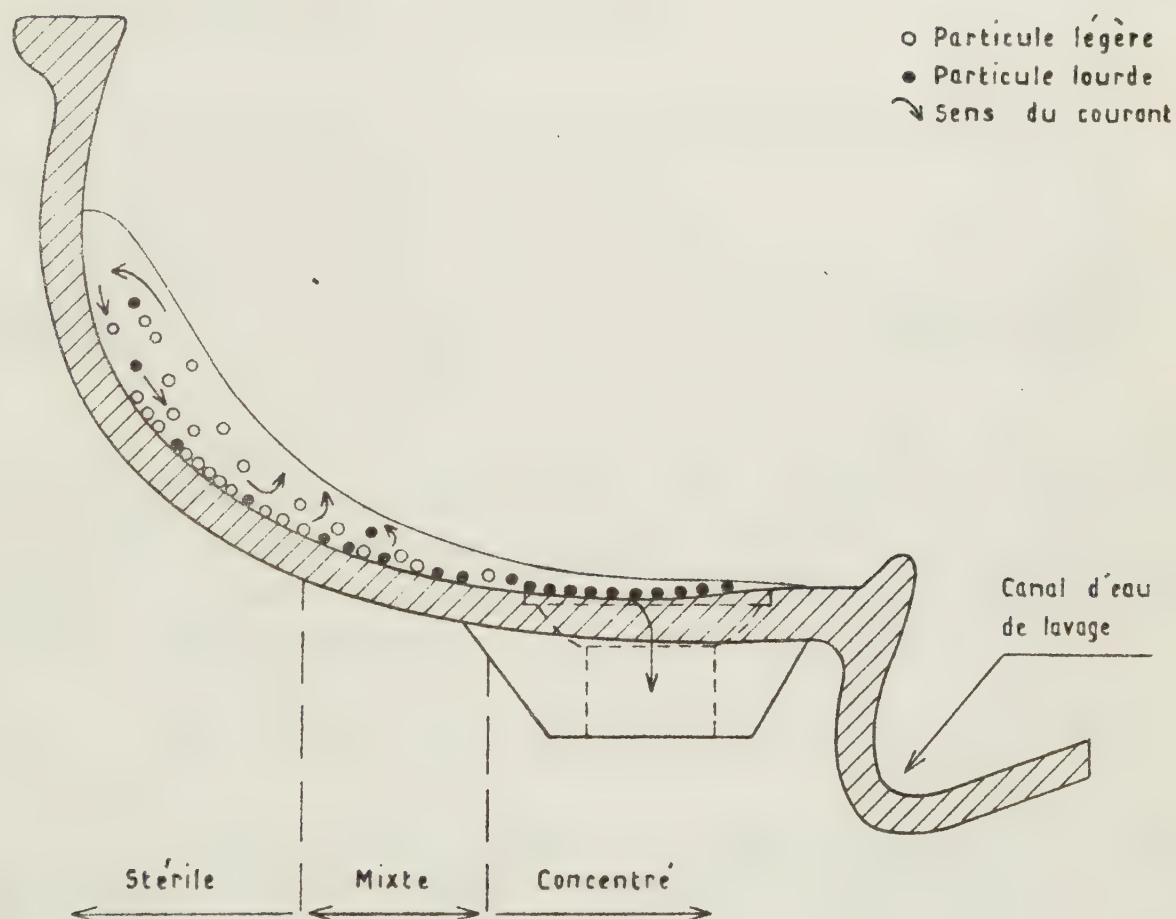


Figure 11 : Coupe verticale schématique de l'écoulement des produits dans la coquille d'après G.W. GLEESON.

Sans vouloir donner à ces expériences une valeur scientifique, et en supposant que les fils s'orientent parallèlement aux vecteurs vitesses, il apparaît une orientation des courants qui serait la suivante :

Au fond de la coquille, en allant du bord interne vers le bord externe :

- un courant normal ou presque à la section,
- un courant dirigé vers l'intérieur de la coquille,
- un courant normal à la section,
- un courant dirigé vers l'extérieur.

En surface de la lame liquide, de l'intérieur vers l'extérieur :

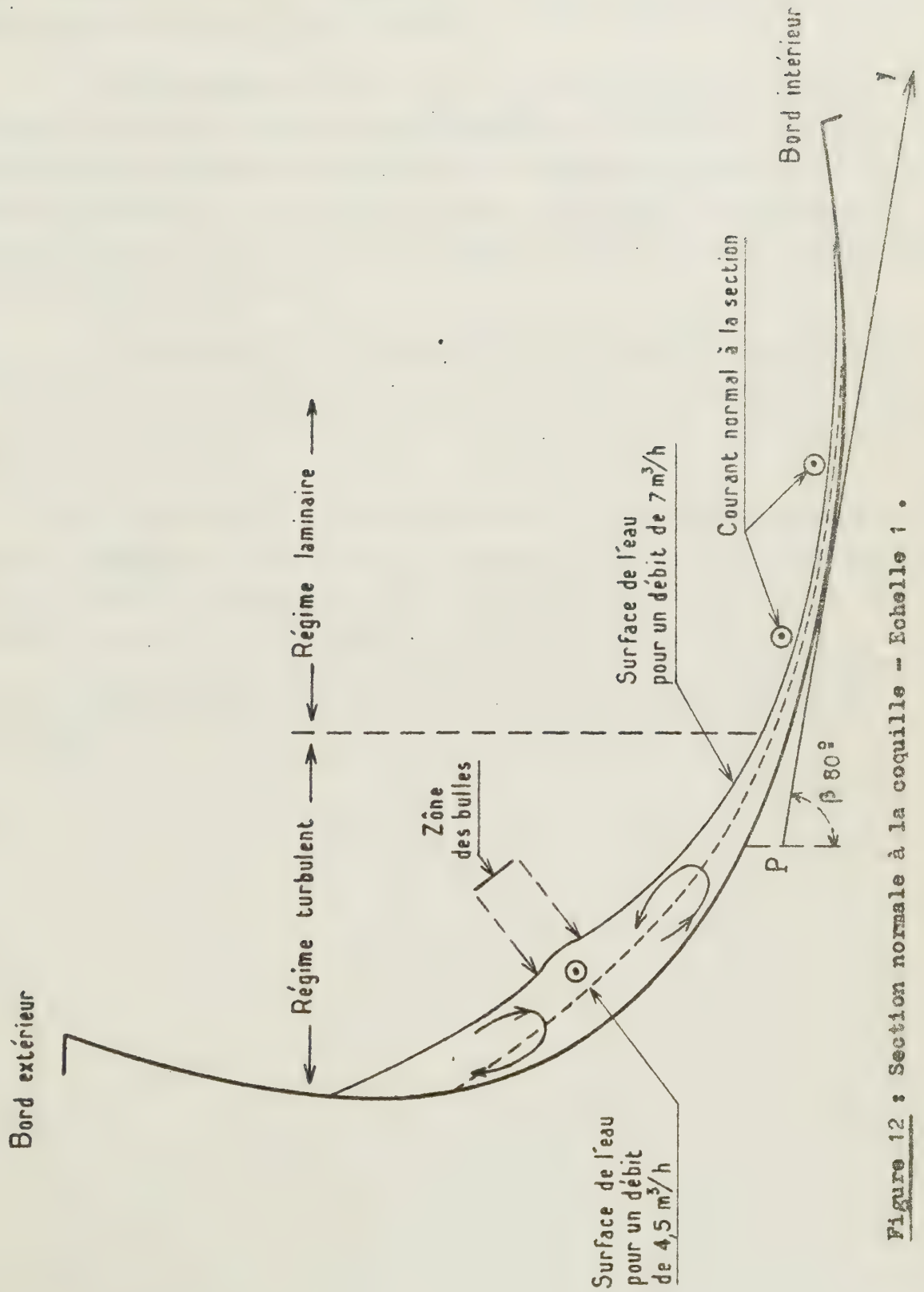
- un courant normal à la section,
- un courant dirigé vers l'extérieur,
- un courant normal à la section, marqué en surface par une zone bulleuse large de 0,5 cm environ qui sera intitulée : zone des bulles.
- un courant dirigé vers l'intérieur.

Ceci laisserait donc supposer qu'il existe deux mouvements tourbillonnaires de sens contraire (figure 12) de part et d'autre de la zone des bulles où le courant serait perpendiculaire à la section normale de la spire, et que dans la zone d'écoulement proche du bord interne on retrouverait un courant perpendiculaire à la section envisagée.

Le fonctionnement du tri effectué par la spirale s'expliquerait alors ainsi :

- les particules fines, légères ou lourdes, et les grosses légères resteraient dans la zone proche du bord externe, dans la mesure où la force de gravité ne serait pas assez importante pour leur permettre de franchir la zone d'écoulement normale à la section. Ces éléments se retrouveraient ainsi en fin de coquille ou dans les dernières ouvertures de collections ;

- les particules lourdes, pour lesquelles la force de gravité est suffisante, franchiraient beaucoup plus vite la zone des bulles et son courant normal, et, en contact avec le fond, prises par le courant transversal descendant, arriveraient très vite dans la zone de courant normal proche du bord interne. En cet endroit la vitesse et l'épaisseur de la nappe fluide étant



assez faibles, la force de gravité serait assez importante pour les amener jusqu'aux ouvertures du bord interne.

Cette hypothèse de fonctionnement n'est appuyée que sur des observations directes et sur la matérialisation de la direction du vecteur vitesse, cependant elle paraît confirmée par l'expérience puisque dans les premières ouvertures se rencontrent toujours en majorité les gros grains lourds tandis que vers la fin de l'appareil ce sont les gros légers, puis les fins lourds et légers.

Le problème de l'écoulement du flot liquide est extrêmement complexe et ce qui vient d'être dit ne saurait en aucun cas épuiser le sujet. De manière à simplifier encore le problème, on peut diviser l'écoulement du liquide en deux zones :

- une zone du côté du bord interne de la coquille où le régime est presque laminaire ; ceci puisque la vitesse du fluide y est faible et puisque la hauteur de la nappe y est peu importante (au contact d'une paroi de rugosité moyenne il y a toujours un écoulement laminaire),

- une zone vers le bord externe où le régime est turbulent, avec une vitesse moyenne forte (entre 2 et 3 m/sec. pour une alimentation de 6,5 m³/h).

CONCLUSIONS

Les descriptions de l'appareil et de l'écoulement de la pulpe font apparaître de nombreux facteurs pouvant influencer le comportement des grains minéraux lors de leur descente le long de la coquille.

Ces facteurs sont classés en deux catégories suivant qu'ils sont liés à l'appareil ou à la pulpe elle-même.

Pour ceux qui sont liés à la spirale, sa description permet d'envisager :

- le profil de la coquille,
- le pas de l'hélice,
- la rugosité du fond.

Pour ceux qui sont liés à la pulpe, il faut considérer :

- le minéral lui-même,
- la granulométrie du minéral,
- le pourcentage en solide de la pulpe,
- le débit d'alimentation en pulpe.

Ces divers facteurs peuvent être séparés (31) en chiffrables et modifiables, chiffrables et non modifiables et non chiffrables et modifiables. Le tableau ci-après résume cette façon de voir.

	Facteurs	Nature des facteurs
Facteurs liés à l'appareil	Chiffrables, non modifiables	Pas de l'hélice Profil de la coquille Rugosité du fond
Facteurs liés à la pulpe	Chiffrables et modifiables	% solide de la pulpe Débit d'alimentation Granulométrie du minéral
	Non chiffrables - modifiables	Nature du minéral

Remarque. Le facteur nature du minéral a été placé dans les non chiffrables car, comme le montrera la IIIème partie de l'étude, il englobe un ensemble de caractéristiques (densité - forme - mouillabilité) pouvant vraisemblablement être chiffrées séparément mais non dans leur ensemble

2ème PARTIE

Etude simplifiée du mouvement d'une particule
dans la Spirale Humphreys

Horace HAVRE (19) a déjà donné un essai d'étude théorique du fonctionnement de la spirale ; on trouvera ici une interprétation mathématique du mouvement d'un point pesant sur le fond de la coquille lors de son entraînement par la nappe fluide.

Il ne s'agit que d'une analyse approchée du phénomène car une étude stricte a conduit à un mouvement dont les équations différentielles n'étaient pas intégrables. Quoiqu'il en soit, ce qui va suivre donne lieu à des conclusions parfaitement vérifiées par l'expérience.

Lorsque la pulpe arrive à la boîte d'alimentation, très vite les particules minérales tombent sur la coquille. Il est illusoire de croire, sauf dans le cas de particules très fines (inférieures à 0,1 mm), que les grains descendent en "flottant entre deux eaux". Il est donc intéressant d'envisager la trajectoire d'un grain sur le fond lorsqu'il est poussé par le courant d'eau. Pour ce faire, on considère la partie de l'appareil la plus riche en grains minéraux, c'est-à-dire la région où le régime d'écoulement est presque laminaire et où les vecteurs vitesses des courants sont perpendiculaires à une section normale à la spire.

Il est nécessaire, pour avoir des équations résolubles, d'assimiler le fond à un plan incliné, approximation valable dans la portion Py (figure 12).

Ce plan est défini par deux axes :

- l'axe Py qui est l'intersection, orientée vers l'intérieur, de la coquille avec un plan qui lui est normal (l'intersection étant assimilée à une droite),
- l'axe Px perpendiculaire en P au plan normal à la spire, donc perpendiculaire à Py.

L'axe Py fait avec la verticale un angle connu θ , tandis que l'axe Px fait, lui, avec cette même direction un angle χ connu lui aussi puisque $\text{tg} \left(\frac{\theta}{2} - \chi \right)$ est égale à la pente de la tangente à l'hélice passant par P.

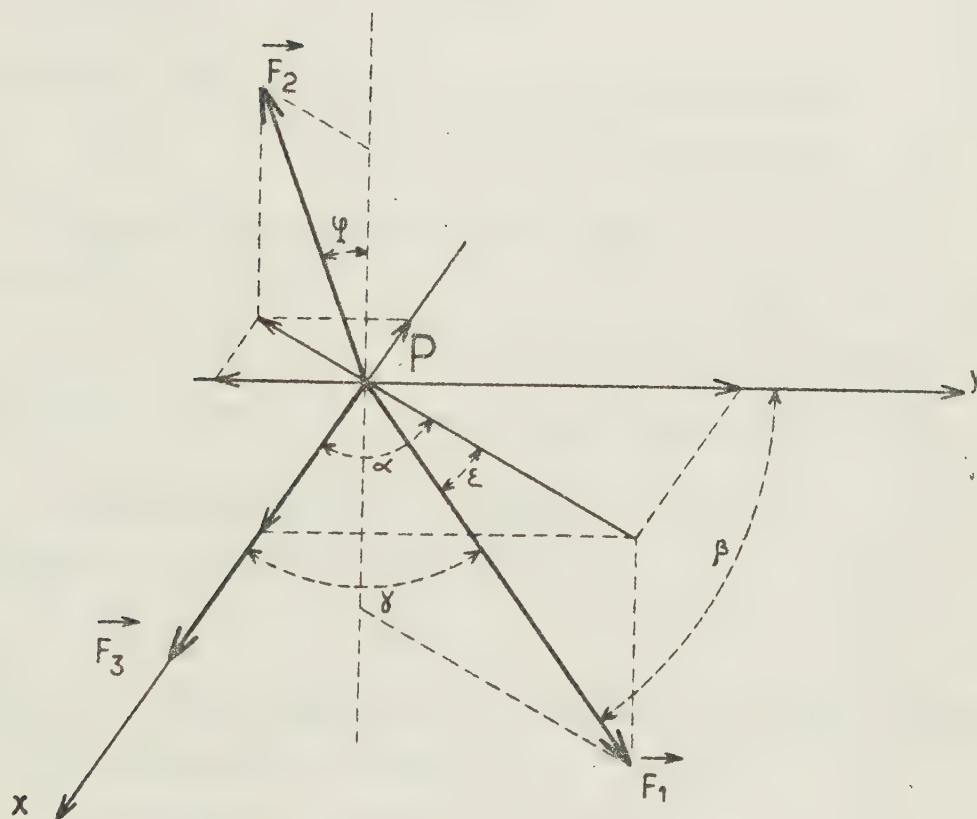


Figure 13 : Composition des forces agissant sur le point P

Soit alors sur le plan incliné Px Py une particule solide de diamètre d, de coefficient de forme Φ , de volume V et de densité Δ . Soit v la vitesse du fluide de densité Δ' qui agit sur le grain. On suppose, ce qui est admissible, que le vecteur vitesse du fluide $\vec{v}$ est perpendiculaire à l'axe Py.

La particule est soumise à 3 forces (figure 13) :

- son poids apparent $\vec{F}_1$:

Il est tel que : $\vec{F}_1 = V (\Delta - \Delta') \vec{g}$

ses composantes sont : sur Px : $V (\Delta - \Delta') g \cos \epsilon \cos \alpha$

sur Py : $V (\Delta - \Delta') g \cos \epsilon \sin \alpha$

- la force de frottement sur le fond $\vec{F}_2$:

de composantes : sur Px : $- V (\Delta - \Delta') g \sin \epsilon \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha$

sur Py : $- V (\Delta - \Delta') g \sin \epsilon \operatorname{tg} \varphi \sin \alpha$

où $\operatorname{tg} \varphi$ est le coefficient de frottement du grain sur le fond

- la force de poussée du fluide $\vec{F}_3$:

En appliquant la loi de STOKES il vient :

$$\vec{F}_3 = 3 \pi d \mu \Phi \vec{V}_R$$

où $\vec{V}_R$ est la vitesse relative de la particule par rapport au fluide,

où μ est la viscosité du fluide.

L'application de cette loi suppose :

- que le régime d'écoulement du grain et du fluide est laminaire⁽⁺⁾
donc que la particule n'est pas trop grosse pour que le nombre de Reynolds

(+) - Le nombre de Reynolds est défini par la relation :

$$Re = \frac{v.d.\Delta}{\mu}$$

Re soient inférieure à l'unité. Ce qui est admissible dans la zone envisagée.

- que $\vec{V}_R$ est constant (indépendant du temps). On admettra ici la formule de STOKES encore applicable, en première approximation, étant donné la faible valeur de la vitesse de la particule en regard de celle du fluide.

- que le grain est assez éloigné de toute paroi. Cette condition très restrictive n'est pas réalisée ici mais elle est conservée en absence de loi précise déjà explicitée.

Dans de telles conditions, si v représente la vitesse du courant fluide, les composantes du vecteur $\vec{V}_R$ sont :

$$- \text{sur } P_x : v - \frac{dx}{dt}$$

$$- \text{sur } P_y : - \frac{dy}{dt}$$

avec $\frac{dx}{dt}$ et $\frac{dy}{dt}$ composantes sur P_x et P_y de la vitesse du grain.

1) - EQUATION du MOUVEMENT

On suppose qu'au temps $t = 0$ le grain est en P (origine des axes) avec une vitesse nulle.

- Equation du mouvement suivant P_x

La composition des différentes forces donne la relation

$$V \Delta \frac{d^2x}{dt^2} = V (\Delta - \Delta') g \cos \varepsilon \cos \alpha - V (\Delta - \Delta') g \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha + 3\pi d \mu \Phi \left(V - \frac{dx}{dt} \right)$$

$$\text{soit en posant : } A = \frac{3\pi d \Phi \mu}{V \Delta}$$

$$B = \frac{\Delta - \Delta'}{\Delta} g \cos \alpha (\cos \varepsilon - \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varphi) + \frac{3\pi d \Phi \mu v}{V \Delta}$$

L'équation différentielle devient

$$\frac{d^2x}{dt^2} + A \frac{dx}{dt} = B$$

La méthode classique de résolution des équations différentielles avec second membre donne la relation qui x et t :

$$x = \frac{B}{A} t + \frac{B}{A^2} e^{-At} - \frac{B}{A^2}$$

- Equation du mouvement suivant Py

Comme précédemment, il vient :

$$V \Delta \frac{d^2 y}{dt^2} = V (\Delta - \Delta') g \cos \varepsilon \sin \alpha - V (\Delta - \Delta') g \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varphi \sin \alpha - 3\pi d \Phi \mu \frac{dy}{dt}$$

en posant : $C = \frac{\Delta - \Delta'}{\Delta} \cdot g \sin \alpha (\cos \varepsilon - \sin \varepsilon \operatorname{tg} \varphi)$

l'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + A \frac{dy}{dt} = C$$

et par intégration on obtient la relation liant y et t :

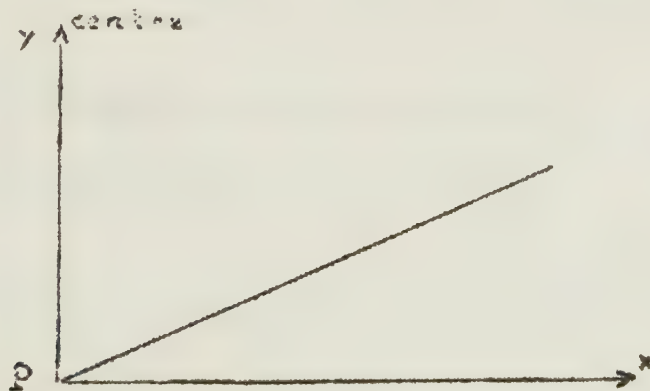
$$y = \frac{C}{A} t + \frac{C}{A^2} e^{-At} - \frac{C}{A^2}$$

Ainsi l'équation du mouvement de la particule sur le plan incliné Px Py s'écrit

$$\begin{aligned} x &= \frac{B}{A} t + \frac{B}{A^2} e^{-At} - \frac{B}{A^2} \\ y &= \frac{C}{A} t + \frac{C}{A^2} e^{-At} - \frac{C}{A^2} \end{aligned}$$

Le calcul donne $y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{C}{B}$ La dérivée étant constante, quel que

soit t, et toujours positive (B et C sont de même signe) la trajectoire du point P est une droite et y est une fonction croissante de x



Représentation de la trajectoire du point pesant

L'étude des variations de y'_x en fonction des divers paramètres v , d , $tg \varphi$... est très intéressante car y'_x caractérise la pente de la trajectoire, donc la plus ou moins grande aptitude du grain à se diriger vers le centre de la spirale : plus y'_x est grand, plus la particule a tendance à se rapprocher rapidement du bord interne.

2) - ETUDE DE LA PENTE de la TRAJECTOIRE

On a obtenu :

$$y'_x = \frac{C}{B} = \frac{(\Delta - \Delta') g \sin \alpha EV}{(\Delta - \Delta') g \cos \alpha EV + 3 \pi d \phi \mu v}$$

avec $E = \cos \epsilon - \sin \epsilon tg \varphi$ qui est positif pour les valeurs ordinaires de $tg \varphi$. A partir de cela il est possible de connaître l'influence sur l'écoulement d'un grain de divers facteurs tels que : le débit d'alimentation, la densité du minéral, la taille des grains et le coefficient de frottement des particules sur le fond.

2 - 01 Influence du débit d'alimentation

Une augmentation de ce débit correspond à une augmentation de la vitesse v du fluide, donc à une diminution de y'_x . Ainsi, plus le débit est élevé, moins les grains ont tendance à se diriger vers le centre.

2 - 02 Influence de la densité du minéral

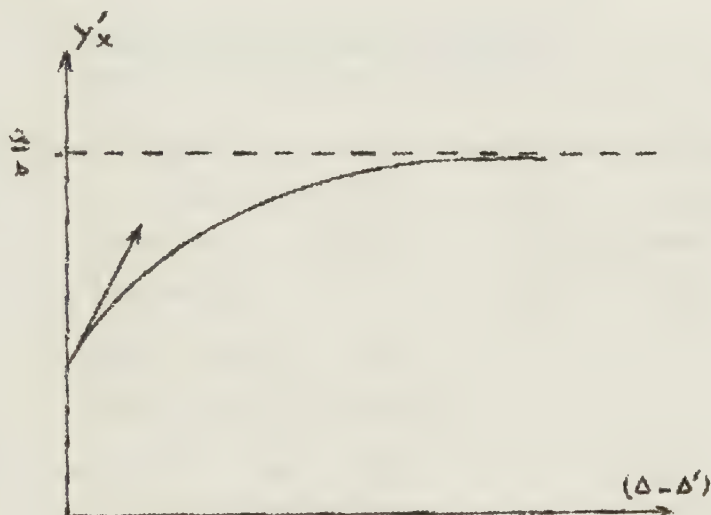
Elle agit sur la valeur de $\Delta - \Delta'$

.../...

y'_x est de la forme $y = \frac{ax}{bx + c}$ avec $x = \Delta - \Delta'$ qui est une fonction croissante de x . Donc si la densité Δ du minéral croît, $(\Delta - \Delta')$ croît, la pente de la vitesse du mouvement du grain croît et celui-ci se déplace plus rapidement en direction de l'axe.

La courbe ci-dessous représente la fonction $y'_x = f(\Delta - \Delta')$ qui admet une asymptote $y'_x = \frac{a}{b}$ et a pour pente de la tangente à l'origine

$\frac{a}{c} = \frac{g \sin \angle EV}{3 \pi d \frac{1}{2} \mu v}$. Ainsi la tendance des grains à aller plus vite vers le centre quand Δ augmente, est d'autant plus sensible que $\frac{a}{c}$ est grand donc que d , la granulométrie, est faible et que le débit d'alimentation représenté par v est faible



Représentation de la fonction $y'_x = f(\Delta - \Delta')$

La présence d'une asymptote laisse envisager qu'à partir d'une certaine densité l'action de Δ sera de plus en plus faible.

Remarque : en première approximation on peut déduire de ceci l'influence du pourcentage de solide de la pulpe ; en effet si ce pourcentage augmente, Δ' augmente donc $(\Delta - \Delta')$ diminue et comme μ augmente, y'_x diminue et les grains ont une tendance moindre à aller vers le centre de la spirale.

2 - 03 Influence de la taille des grains

d étant le diamètre d'un grain supposé sphérique, y'_x est de la forme

$$y'_x = \frac{a d^2}{b d^2 + c} \quad a, b \text{ et } c \text{ étant indépendants de } d$$

ceci est une fonction croissante de d ; donc si la taille des grains augmente y'_x augmente. Les grains de grand diamètre vont plus facilement vers l'axe central que les grains de faible dimension.

2 - 04 Influence du coefficient de frottement $\tan \varphi$

L'étude de $y'_x = f(\tan \varphi)$ montre que c'est une fonction constamment décroissante ; donc une diminution du coefficient de frottement facilite la descente des grains vers le centre de l'appareil.

Remarque : détermination des angles α et ϵ

Le plan incliné Px Py est repéré dans l'espace par deux angles :

- β angle de Py avec la verticale, mesuré sur la figure 13 : $\beta = 80^\circ$
- γ angle de Px avec la verticale qui est le complément de l'angle que fait avec l'horizontale la tangente à l'hélice passant par P. Le calcul donne $\gamma = 78^\circ$. Les angles α et ϵ sont liés à β et γ connus par les relations :

$$\cos \epsilon \cos \alpha = \cos \gamma$$

$$\cos \epsilon \sin \alpha = \cos \beta$$

le calcul donne alors

$$\left| \begin{array}{l} \alpha = 39^\circ \\ \epsilon = 74^\circ \end{array} \right.$$

Conclusion

Bien que très approchée, cette analyse mathématique du mouvement d'un point sur le fond montre le sens de l'influence des différents paramètres sur l'aptitude des grains à être collectés par les trous du bord intérieur de la spirale. La 3ème partie de cette étude montre que les résultats expérimentaux coïncident avec les conclusions trouvées ici.

3ème PARTIE

Etude expérimentale de l'influence des divers facteurs
sur l'écoulement de la pulpe dans la spirale Humphreys

INTRODUCTION

Le but de cette partie expérimentale de l'étude est de faire apparaître l'influence que peuvent avoir, sur le comportement des grains minéraux descendant dans la spirale, les divers facteurs envisagés dans la première partie.

Ces facteurs ont été classés en deux groupes :

- les facteurs liés à la pulpe,
- les facteurs liés à l'appareil.

L'étude de l'influence des facteurs du deuxième groupe sera relativement restreinte car il est impossible ou presque de faire varier séparément chacun d'eux. Au contraire, pour ceux du premier groupe il est aisé de réaliser un plan d'expérience permettant de faire varier l'un d'eux, les autres restant constants.

Les valeurs prises par chacun des facteurs seront des valeurs moyennes, couramment rencontrées dans l'emploi des spirales traitant des minerais métalliques, les conditions limites n'étant pas envisagées ici.

Toute cette partie expérimentale a été menée sans eau de lavage, de manière à ne pas introduire de paramètre supplémentaire. Ceci est d'ailleurs justifié puisque, utilisant des minéraux purs et parfaitement calibrés, il n'était pas nécessaire d'avoir d'adjonction d'eau claire dont un des buts est de chasser les fines légères du concentré des lourds.

CHAPITRE I

Matériel et matériaux utilisés

1) - LE MATERIEL EMPLOYE ET LES CONDITIONS EXPERIMENTALES

La figure 14 donne le schéma de l'installation utilisée pour l'étude expérimentale. Elle est analogue à l'unité d'expérience en circuit fermé ("Closed Circuit Test Unit") mise sur le marché par la Humphreys Investment Company.

La pulpe minérale, qui circulera en circuit fermé, est contenue dans une bache d'environ 200 l dans laquelle tourne un agitateur à deux hélices homogénéisant la suspension. La pulpe homogénéisée est envoyée dans la boîte d'alimentation par une pompe centrifuge SCHABAUER à rotor et revêtement interne caoutchoutés, descend le long de la spirale et revient finalement dans la bache de pompe.

Dans toutes les expériences la première ouverture de collection des lourds, à partir du sommet, est fermée de manière à laisser au flot liquide le temps d'atteindre un certain équilibre. Tous les autres trous sont complètement ouverts. Chaque ouverture du bord interne est numérotée de 1 à 15 en partant du haut ; l'abréviation St désigne les produits recueillis aux deux sorties de la boîte de décharge.

Les minéraux, qui sont collectés sur le bord interne par les ouvertures, retournent à la bache de pompe par l'intermédiaire de flexibles portant le numéro du trou auquel ils correspondent.

De manière à pouvoir régler le débit d'alimentation de l'appareil, on a placé sur la tuyauterie de 25,4 mm (1 pouce) sortant de la pompe, un by-pass dont les deux branches de sortie sont munies de vannes.

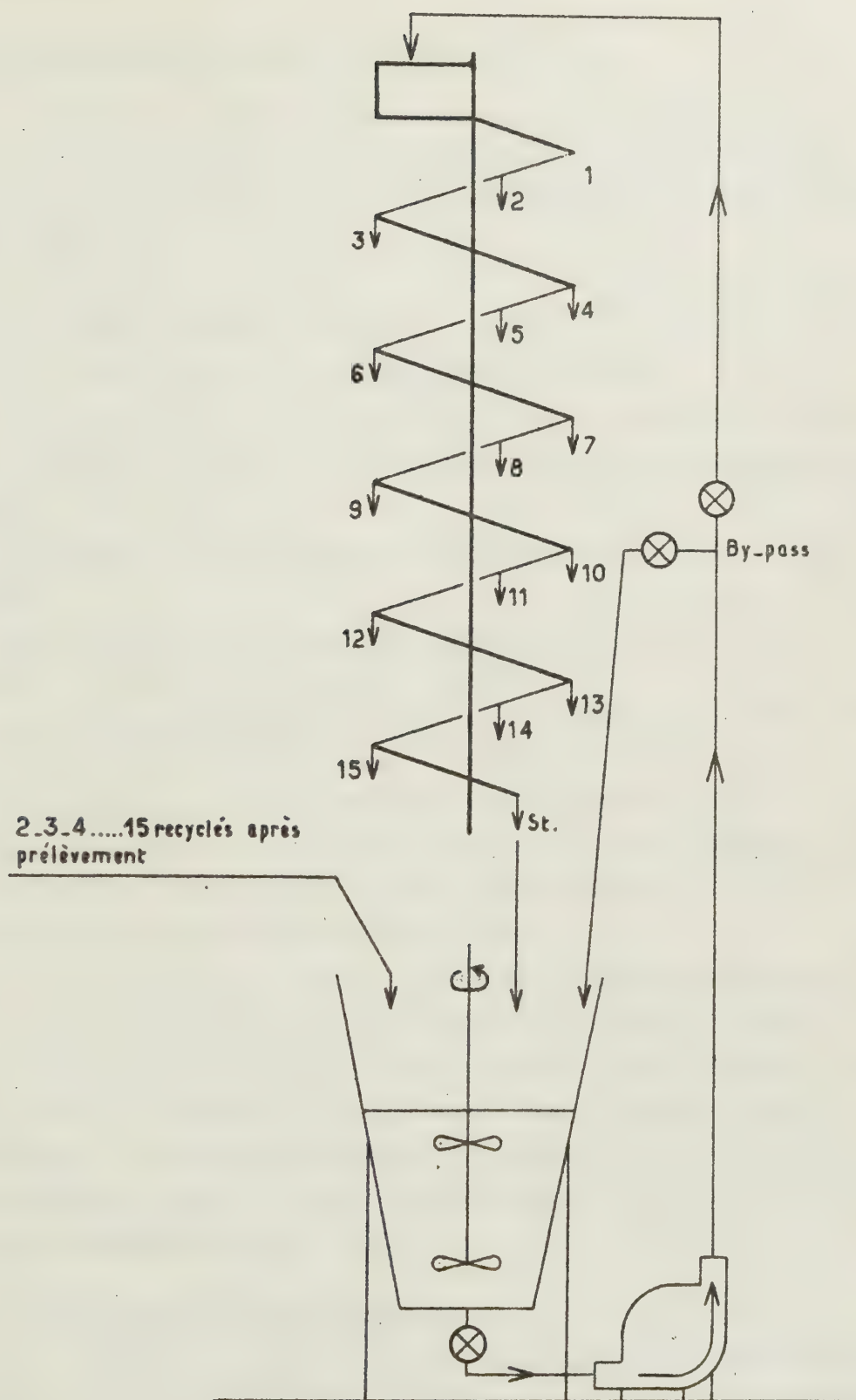


Figure 14 : Schéma de l'installation

2) - LES MATERIEUX UTILISES ET LEUR PREPARATION

- 41 -

La mise en évidence de l'influence du facteur minéral nécessite une pulpe homogène quant à ses constituants. Il faut donc employer, dans l'alimentation de la spirale, des minéraux purs présentant une forme et une densité identiques.

2 - 01 Nature des minéraux

Ont été utilisés les éléments suivants :

- du quartz de sable de plage, provenant du gisement malgache d'Antété, dont la densité mesurée est de 2,7 et la forme évaluée sphérique ou pseudo-sphérique.
- du zircon, de même provenance, de densité 4,3 et de forme pseudo-sphérique.
- de la barytine provenant du minerai quartzeux de Meyrignac de Bar (Corrèze), de forme tabulaire et de densité 4,3.
- des oolithes ferrifères, provenant d'un minerai de fer calcaire de Lorraine, de forme ellipsoïdale et de densité 3,5.
- des stériles (quartz - calcite - sidérose et oxydes de fer) la calcite dominante provenant du même minerai lorrain que les oolithes, ayant des formes prismatiques assez variées et une densité moyenne de 3 (valeur assez forte due à la présence des oxydes de fer).

Les 5 minéraux cités ne sauraient couvrir entièrement l'échelle des densités, mais leur emploi permettra de connaître le sens de l'action du facteur minéral dans un domaine assez restreint, mais cependant couramment rencontré dans l'industrie. Chaque essai exige une assez grosse quantité de minéraux purs (une dizaine de kilos en moyenne) et il a été jugé préférable d'opérer sur une gamme de densité peu étendue mais serrée plutôt que sur une gamme plus étendue mais plus lâche.

2 - 02 Préparation des minéraux

Pour les sables de plage, la séparation quartz-zircon a été faite sur table à secousses semi industrielle et achevée sur table WILFLEY de laboratoire. Les catégories granulométriques désirées ont été obtenues

à sec sur crible vibrant.

Pour la barytine, après concassage et criblage, le quartz contenu a été éliminé par jigs et tables à secousses. Comme précédemment, les fractions granulométriques ont été obtenues par criblage à sec.

Pour les oolithes, la préparation mécanique a consisté en un concassage par chocs suivi d'un broyage par broyeur à boulets à sec. La séparation oolithes-stériles a été effectuée sur table à secousses. Le criblage définitif a eu lieu sur crible vibrant humide.

Dans tous les cas les recyclages ont été nombreux et des contrôles par liqueurs denses ont permis de constater l'absence de mixtes minéralogiques et d'évaluer le degré de pureté des éléments à 98 %. La constance de la forme des minéraux a été suivie à la loupe binoculaire.

CHAPITRE II

Influence des facteurs liés à la pulpe d'alimentation sur la distribution des grains le long de la coquille

--:--

Les facteurs liés à l'écoulement de la pulpe ont été classés en deux catégories :

- les facteurs chiffrables et modifiables :

. le pourcentage de solide de la pulpe entrant dans la spirale. Il est désigné par la lettre S.

. le débit d'alimentation de l'appareil noté Q

. la granulométrie du produit traité notée G

- les facteurs non chiffrables et modifiables :

. la nature du minéral employé désignée par la lettre M

1) - ANALYSE DES FACTEURS LIES À LA PULPE

1 - 01 Le pourcentage de solide S de la pulpe d'alimentation

Ce terme entend exprimer le rapport, en pour cent, du poids de solide au poids de pulpe dans l'alimentation. On a donc :

$$S = \frac{\text{Poids de solide}}{\text{Poids de pulpe}} \%$$

Les descriptions d'installations de spirales Humphreys ne s'étendent que très rarement sur les valeurs données industriellement au pourcentage de solide. Il est généralement admis que la valeur de S se situe, la plupart du temps, entre 10 et 30 % ; S peut atteindre 50 % dans les cas rares d'alimentation à produits très grossiers (4).

Dans les essais effectués ici S prend les quatre niveaux suivants :

5 % - 10 % - 15 % - 20 %

Cependant les expériences ont été faites avec des pourcentages de solide supérieurs à 20 % (25 % - 30 % et même 40 %) ; ils n'ont pas donné de résultats satisfaisants, car une partie de la pulpe envoyée en tête de l'appareil se trouvait très vite accumulée au ras du bord interne et tombait ensuite dans le canal d'eau de lavage, faussant aussi les mesures. Ce phénomène, dû en grande partie à l'absence voulue d'eau de lavage, était d'ailleurs d'autant plus net que le minéral était plus lourd (ce fut le cas surtout pour la barytine).

1 - 02 Le débit Q d'alimentation de l'appareil

La gamme des débits possibles pour l'alimentation d'une spirale Humphreys est assez étendue puisqu'un tel concentrateur est capable de supporter, sans débordement à la boîte d'alimentation, 7 à 7,5 m³/h de pulpe à l'entrée.

Les débits couramment employés dans l'industrie sont voisins de 5,5 m³/h dans la plupart des cas. Dans les expériences qui suivent Q prend les 4 valeurs suivantes :

$$3,5 \text{ m}^3/\text{h} - 4,5 \text{ m}^3/\text{h} - 5,5 \text{ m}^3/\text{h} - 6,5 \text{ m}^3/\text{h}$$

couvrant ainsi l'essentiel de l'éventail industriellement valable.

1 - 03 La granulométrie G des produits traités

La littérature et l'expérience prouvent que l'on obtient de bons résultats de traitement avec des pulpes contenant des particules libérées comprises entre 2,38 mm (8 meshes) et 0,074 mm (200 meshes), du moins pour les éléments lourds ; les légers peuvent, sans inconvénient majeur, atteindre 4,7 mm (4 meshes).

Ces limites granulométriques ne sont pas impératives, surtout la limite inférieure ; c'est ainsi qu'à CLIMAX (voir introduction) les rejets de flottation, traités sur spirales Humphreys, sont compris entre 0 et 0,2 mm.

La grande influence de la taille des grains sur leur comportement étant apparue dès le départ, il a été jugé préférable, comme pour les critères densimétriques, d'opérer sur des tranches granulométriques assez

serrées, couvrant une échelle des tailles réduite, mais permettant de bien mettre en valeur l'influence du facteur G.

Ainsi, sans analyser les conditions limites et de manière à rester dans les granulométries couramment rencontrées dans le traitement sur spirale des minerais métalliques, le facteur G prend les trois niveaux suivants :

0,141 - 0,210 mm

0,210 - 0,280 mm

0,280 - 0,510 mm

1 - 04 La nature M des minéraux employés

Le plus souvent un minéral est caractérisé par sa densité. Mais dans un écoulement liquide tel que celui de la spirale Humphreys, il apparaît nettement que ce critère n'est pas seul en jeu ; interviennent avec lui : la forme du grain, sa mouillabilité, son coefficient de frottement sur le fond... voire même sa porosité. Parmi tous les paramètres, un seul est aisément quantifiable : la densité. Classiquement, d'ailleurs c'est ce critère qui, pour une opération de traitement gravimétrique, est le plus employé.

En faisant abstraction, pour l'instant, des autres caractéristiques des grains, les essais ont été effectués avec les éléments cités au chapitre I qui donnent au facteur M

- des niveaux de densité : 2,7 - 3 - 3,5 - 4,3

- des caractéristiques de forme : sphérique - parallélépipédique - prismatique.

2) - MODE OPERATOIRE DES EXPERIENCES

2 - 01 Déroulement des opérations

Un certain poids du minéral, pur et granulométriquement classé, dont on veut étudier le comportement dans le concentrateur, est placé dans la bêche de la pompe avec la quantité d'eau nécessaire à donner à la pulpe ainsi formée le pourcentage de solide désiré. La pulpe obtenue, homogénéisée par l'agitateur est envoyée par la pompe dans la spirale et s'y écoule en

circuit fermé. Le pourcentage de solide désiré étant définitivement ajusté, le débit d'alimentation est mesuré/à la valeur prévue.
et amené

La distribution des grains le long de la coquille, dans les conditions expérimentales ainsi définies, est entièrement déterminée par la connaissance du poids des échantillons obtenus lors de prélèvements de même durée à chaque ouverture des lourds et à la boîte de décharge.

2 - 02 Mesure et ajustement des facteurs

2-02-01 Mesure de la densité du minéral

La densité du minéral est mesurée par immersion d'un poids connu de produit dans un volume donné d'eau. La variation du volume de l'eau due à l'adjonction du solide représente le volume occupé par le poids donné de l'élément ; d'où la valeur de la densité.

De telles mesures sont effectuées dans une éprouvette graduée de 50 cc avec un poids de minéral de 30 à 50 g. L'air attaché aux grains est enlevé par agitation ou par trompe à vide. Les résultats obtenus sont vérifiés sur de faibles quantités à l'aide d'un pycnomètre (surtout pour les granulométries fines).

2-02-02 Mesure de la granulométrie

Les fractions granulométriques définies au paragraphe 1 - 03 sont obtenues sur des tamis à mailles carrées de la série GANTOIS. Le contrôle des tamisages permet d'affirmer que la fraction des égarés est au plus égale à 5 % du produit criblé.

2-02-03 Mesure et ajustement du pourcentage en solide

Le pourcentage en solide S est presque réglé au départ par la connaissance du poids de minéral mis dans une quantité d'eau donnée (en général 80 litres) contenue dans la bache de la pompe.

Pour vérifier l'exactitude de la valeur de ce facteur, une ou plusieurs prises sont faites à l'entrée de la spirale, dans une éprouvette graduée de 1 000 cc ; ces prises donnent par pesée et lecture de volume la densité G_p de la pulpe.

Or, la densité G_p de la pulpe est rattachable au pourcentage de solide S de la manière suivante : si D est la dilution de la pulpe définie par :

$$D = \frac{\text{poids d'eau}}{\text{poids de solide}}$$

si ζ est la densité du minéral

on a : $G_p = \frac{1 + D}{\frac{1}{\zeta} + D}$ or, la dilution D est liée au pourcentage de solide S

par la relation : $D = \frac{100 - S}{S}$. Donc $G_p = \frac{100}{S + \zeta(100 - S)}$

Ainsi la connaissance du pourcentage de solide à obtenir entraîne la connaissance de la densité que doit avoir la pulpe à l'entrée. C'est cette densité qui est mesurée et ajustée, s'il y a lieu, de manière à avoir la valeur de S cherchée.

2-02-04 Mesure et ajustement du débit d'alimentation

Ce débit est mesuré en chronométrant le temps nécessaire à l'obtention d'un volume donné (en général 10 litres) de pulpe. Il est ajusté à la valeur désirée à l'aide du by-pass situé sur la colonne montante de pulpe.

En fin d'essai on vérifie que les valeurs de Q et de S sont les mêmes qu'au départ.

2 - 03 Prélèvement des échantillons

Le circuit une fois stabilisé dans les conditions fixées, on fait successivement du trou n° 2 à la boîte de décharge incluse, un prélèvement de 10 secondes en ayant soin de remettre, après chaque prise, les quantités d'eau et de minerai qui ont été prélevées au cours de cette ponction ; ceci de manière à garder constant le pourcentage de solide de la pulpe. Les échantillons obtenus sont séchés en étuve puis pesés donnant aussi la distribution pondérale des grains le long de la spirale.

L'essai terminé, les produits restant dans la bêche de pompe sont séchés puis tamisés à la maille désirée, pour pouvoir servir à l'essai suivant. Ce tamisage final s'avère souvent nécessaire car les grains sont légèrement usés ou même cassés par leurs passages répétés dans la pompe et les canalisations. Cependant l'expérience elle-même ne prenant généralement

qu'une dizaine de minutes, il est correct d'admettre que la granulométrie d'ensemble de la pulpe n'a pas varié entre le début et la fin de l'expérience.

3) - RECHERCHE DES PARAMETRES CARACTERISANT UN ESSAI - REPRESENTATION des RESULTATS.

Les prélèvements effectués à chacune des sorties de la spirale, une fois séchés et pesés, il reste à trouver un ou plusieurs paramètres permettant de caractériser simplement mais entièrement un essai.

Si l'on construit la courbe donnant le pourcentage poids cumulé à chacun des trous en fonction du numéro du trou, avec des abscisses logarithmiques et des ordonnées galtoniennes ⁽⁺⁾, chaque essai est représenté par une droite. En fait, les points obtenus dans cette représentation ne sont pas parfaitement alignés ; mais avec une tolérance de 2 à 3 % ils donnent effectivement une droite. Ceci est vrai jusqu'à des pourcentages poids cumulés avoisinant 90 % car, pour des valeurs supérieures, la droite a tendance à s'incurver.

Le tableau 2 résume un essai effectué avec du quartz d'Antété de granulométrie 0,280 - 0,510 mm, pour un pourcentage de solide de 5 % et un débit d'alimentation de 3,5 m³/h.

(+) - L'anamorphose galtonienne consiste à transformer l'échelle des ordonnées d'un graphique pour que la courbe intégrale de la courbe de GAUSS se transforme en droite.

Tableau 2

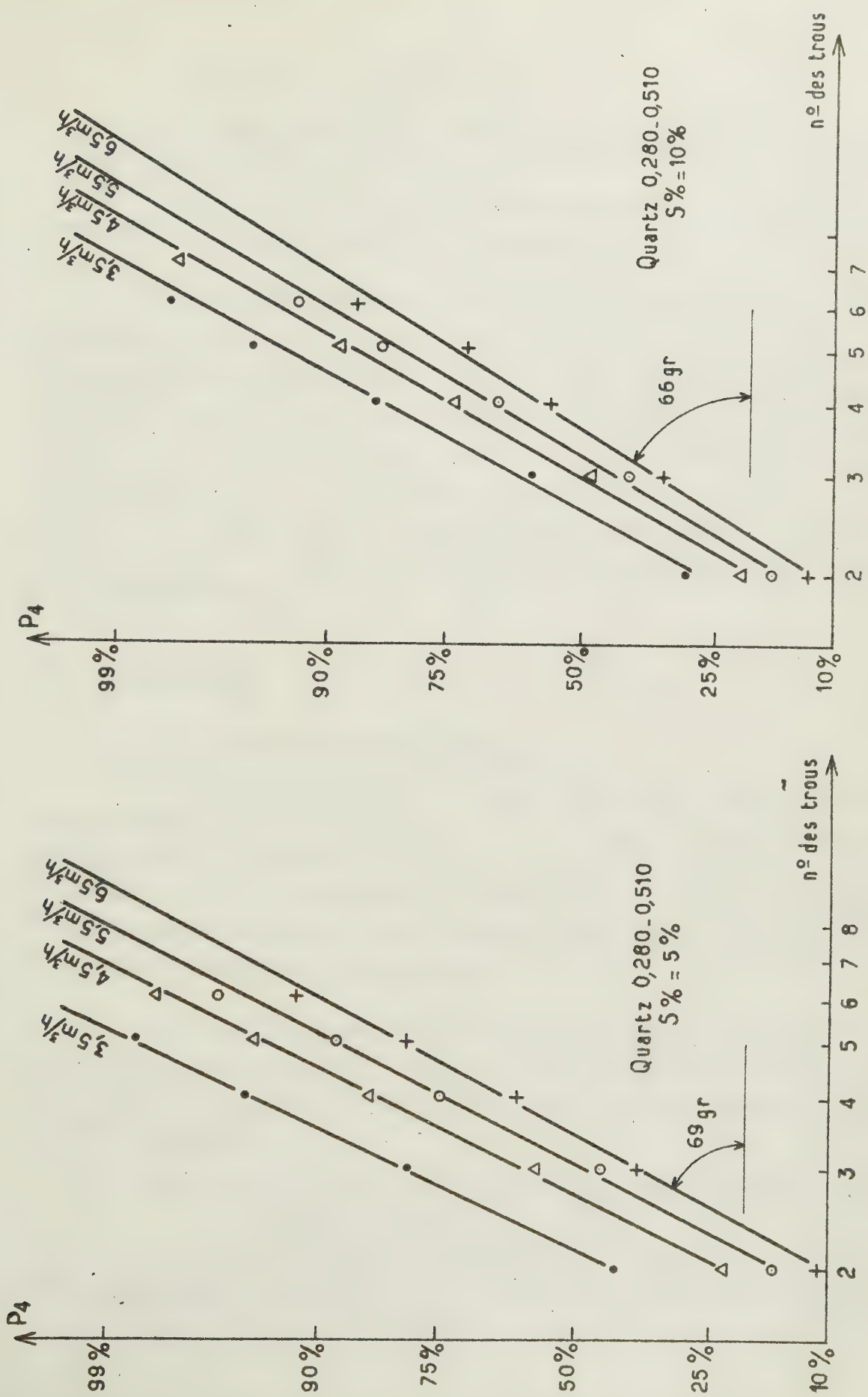
Quartz d'Antété (0,280 - 0,510 mm) - S % = 5 %. Q = 3,5 m³/h

N° des trous	Poids en g. en 10 s.	Poids %	Poids % cumulés
2	290,2	41,1	41,1
3	273,5	38,7	79,8
4	107,4	15,2	95,0
5	24,0	3,4	98,4
6	7,7	1,1	99,5
7	1,2	0,2	99,7
8	0,3		
9	0,3		
10	0,2		
11	0,1	0,3	100,0
12	0,1		
13	0,1		
14	0,1		
15	0,1		
St	1,0		
	706,3	100,0	

Les courbes de la figure 15 illustrent un tel mode de représentation pour du quartz d'Antété de granulométrie 0,280 - 0,510 mm, pour des pourcentages en solide de 5 et 10 %, avec des débits de 3,5 - 4,5 - 5,5 et 6,5 m³/h.

Il ressort de ceci qu'un essai est caractérisé par une droite; il est donc entièrement défini par deux paramètres :

- un point quelconque de la droite,
- la pente de cette droite.



- Figure 15 -

Représentation de quelques essais sur du Quartz 0,280 - 0,510 mm.

Ces paramètres sont ici :

- l'angle que fait la droite représentative avec l'axe des abscisses. Il est noté α
- le point de la droite correspondant au pourcentage cumulé au trou numéro 4. Il est représenté par le symbole P_4

Le paramètre de mesure est alors le couple de valeurs (P_4, α)

Remarque : Le point P_4 a été choisi de préférence à tout autre car c'est, pour tous les essais, le point le plus précis. En effet un pourcentage cumulé en des trous 5 ou 6 aurait, dans un grand nombre de cas, avoisiné les valeurs 95 ou 98 %, valeurs pour lesquelles la concordance entre la droite et l'expérience n'est pas très bonne. Inversement, un pourcentage cumulé en des trous 2 ou 3 aurait eu des valeurs plus faibles mais moins représentatives que P_4 car dans le premier tour de spire l'écoulement n'a pas encore atteint son parfait équilibre.

4) - LES RESULTATS

4 - 01 Valeurs numériques obtenues

Le détail de tous les essais effectués n'est pas envisagé ici ; on se borne à donner les valeurs de α et de P_4 pour chacune des expériences entreprises. Pour certains minéraux, les stériles du minerai de fer calcaire par exemple, les 3 granulométries prévues n'ont pu être expérimentées car il a été impossible d'obtenir des quantités suffisantes de minéral isolé dans les classes dimensionnelles espérées.

Les résultats sont réunis dans les tableaux suivants qui donnent les valeurs du couple (P_4, α) dans les différents cas. Le premier nombre du couple est la valeur de P_4 exprimée en pour cent, la deuxième celle de α exprimée en grades.

Les symboles G - Q - S employés ont la signification suivante :

- G : granulométrie en mm
- Q : débit d'alimentation en m^3/h
- S : pourcentage de solide de la pulpe en pour cent

N.B. - Etant donné la précision des mesures, les valeurs de P_4 et de α ne comportent pas de décimales.

Tableau 3

- 52 -

Valeurs du couple (P_4, α) pour le quartz des sables d'Antété

G_{mm}	$Q_{m^3/h}$ $S \%$	3,5	4,5	5,5	6,5
0,141 - 0,210	5 %	(75,65)	(67,64)	(55,61)	(42,59)
	10 %	(70,63)	(50,60)	(40,55)	(35,53)
	15 %	(60,57)	(45,54)	(36,53)	(35,53)
	20 %	(54,57)	(44,53)	(36,52)	(30,50)
0,210 - 0,280	5 %	(87,75)	(75,72)	(70,67)	(62,67)
	10 %	(86,70)	(60,64)	(50,60)	(42,56)
	15 %	(77,66)	(50,57)	(45,56)	(40,55)
	20 %	(70,63)	(45,57)	(38,54)	(34,53)
0,280 - 0,510	5 %	(95,71)	(85,70)	(75,70)	(65,69)
	10 %	(85,68)	(74,67)	(64,65)	(55,66)
	15 %	(85,67)	(71,65)	(56,60)	(50,60)
	20 %	(78,64)	(64,62)	(50,62)	(41,60)

Tableau 4

Valeurs du couple (P_4, α) pour les oolithes d'un minerai de fer calcaire

G_{mm}	$Q_{m^3/h}$ $S \%$	3,5	4,5	5,5	6,5
0,141 - 0,210	5 %	(80,64)	(78,64)	(67,64)	(65,64)
	10 %	(87,65)	(75,67)	(62,64)	(61,64)
	15 %	(77,65)	(65,64)	(55,63)	(52,63)
	20 %	(62, ?)	(55, ?)	(45, ?)	(38, ?)
0,210 - 0,280	5 %	(91,66)	(83,67)	(77,67)	(71,67)
	10 %	(89,69)	(78,69)	(70,68)	(64,68)
	15 %	(89,66)	(80,66)	(70,65)	(55,65)
	20 %	(88,65)	(75,64)	(60,60)	(47,60)
0,280 - 0,510	5 %	(93,65)	(88,65)	(82,64)	(80,64)
	10 %	(92,66)	(84,66)	(75,65)	(70,65)
	15 %	(90,69)	(80,68)	(70,66)	(63,65)
	20 %	(90, ?)	(70, ?)	(65, ?)	(55, ?)

Tableau 5

Valeurs du couple (P_4, α) pour la barytine du minerai de Meyrignac

G_{mm}	$\begin{matrix} Q_m^3/h \\ S \% \end{matrix}$	3,5	4,5	5,5	6,5
	S %				
0,141 - 0,210	5 %	(92,63)	(85,62)	(82,61)	(76,61)
	10 %	(87,62)	(73,61)	(65,60)	(63,60)
	15 %	(83,65)	(71,62)	(64,61)	(59,61)
	20 %	(80, ?)	(58,55)	(52,55)	(50,55)
0,210 - 0,280	5 %	(95, ?)	(93,67)	(89,63)	(87,63)
	10 %	(93,65)	(90,64)	(88,63)	(84,63)
	15 %	(91,65)	(86,64)	(77,64)	(75,64)
	20 %	(85, ?)	(78,60)	(71,58)	(67,58)
0,280 - 0,510	5 %	(94, ?)	(93, ?)	(90,63)	(79,60)
	10 %	(95,65)	(92,62)	(86,61)	(84,61)
	15 %	(90, ?)	(90,67)	(86,64)	(85,64)
	20 %	(85,69)	(70,57)	(68,57)	(57,57)

Tableau 6

Valeurs du couple (P_4, α) pour le zircon des sables d'Antété

G_{mm}	$\begin{matrix} Q_m^3/h \\ S \% \end{matrix}$	3,5	4,5	5,5	6,5
	S %				
0 - 0,141	5 %	(94,65)	(90,65)	(85,66)	(80,65)
	10 %	(93,68)	(88,67)	(80,67)	(73,65)
	15 %	(85,66)	(75,65)	(70,64)	(65,63)
	20 %	(80,65)	(75,64)	(70,64)	(62,62)
0,141 - 0,210	5 %	(98,69)	(96,69)	(89,68)	(85,66)
	10 %	(98,72)	(92,70)	(87,68)	(86, ?)
	15 %	(93,69)	(85,66)	(83,65)	(80,66)
	20 %	(91,67)	(84,66)	(77,66)	(73,66)
0,210 - 0,280	5 %	(98,70)	(94,68)	(92,67)	(86,66)
	10 %	(96,69)	(96,66)	(90,66)	(87,68)
	15 %	(98,71)	(90,64)	(85,65)	(78,65)
	20 %	(97,68)	(92,66)	(84,66)	(77,66)

Valeurs du couple (P_4, α) pour les stériles du minerai de fer calcaire

G_{mm}	$Q_m 3/h$				
	S %	3,5	4,5	5,5	6,5
0,210 - 0,280	5 %	(79,66)	(64,64)	(58,64)	(44,61)
	10 %	(70,64)	(55,60)	(50,60)	(40,59)
	15 %	(58,60)	(45,58)	(35,57)	(30,57)
	20 %	(52,59)	(40,57)	(34,57)	(30,56)
	25 %	(48,58)	(33,58)	(33,58)	(30,55)
0,280 - 0,510	5 %	(79,65)	(66,64)	(63,64)	(55,62)
	10 %	(72,60)	(58,58)	(47,57)	(42,57)

Remarque. Dans certains cas la valeur de P_4 n'est pas accompagnée de la valeur de l'angle α correspondant. Ceci est dû au fait que, lors de la représentation graphique on pouvait hésiter entre deux ou plusieurs tracés de la droite caractérisant l'essai. Il a alors été jugé préférable de ne pas trancher et de donner à P_4 la valeur trouvée par pesée. Ces absences de données numériques pour α ne sont pas très gênantes puisque la corrélation $\alpha - P_4$ du paragraphe suivant permet de retrouver ces valeurs manquantes avec une assez bonne précision.

4 - 02 Réduction des paramètres de mesure

Les valeurs numériques consignées dans les tableaux précédents sont utilisées, par la suite, pour tester l'influence relative des divers facteurs envisagés et ceci à l'aide d'une analyse de variance. Or, il est délicat de mener à bien une telle opération lorsque le caractère mesuré est constitué par deux paramètres P_4 et α . Ainsi il a paru intéressant de chercher s'il n'existait pas une liaison statistique entre les valeurs de α et les valeurs correspondantes de P_4 .

L'analyse de variance qui est développée au § 7 porte sur trois minéraux seulement : - le quartz

- les oolithes

- la barytine

La liaison statistique (corrélation) entre α et P_4 est donc recherchée pour ces 3 éléments.

4-02-01 Corrélation α - P_4 pour les trois minéraux pris dans leur ensemble.

Le tableau 8 donne les valeurs respectives de P_4 et de α dans les cas envisagés et dans la mesure où les valeurs de l'angle sont connues.

Tableau 8

Valeurs de α et de P_4 pour le quartz - les oolites et la barytine

P_4	α	P_4	α	P_4	α	P_4	α	P_4	α
75	65	78	64	86	64	86	61	35	53
87	75	88	65	90	67	36	53	42	56
95	71	67	64	44	53	45	56	55	63
80	64	75	72	45	57	56	60	61	64
91	66	85	70	64	62	55	63	64	68
93	65	78	64	75	64	70	65	70	65
92	63	83	67	78	60	70	66	63	60
70	63	88	65	58	55	64	61	84	63
86	70	85	62	70	57	77	64	84	61
85	68	93	67	55	61	86	64	35	53
87	65	50	60	70	67	36	52	40	55
89	69	60	64	75	70	38	54	50	60
92	66	74	67	67	64	50	62	52	63
87	62	75	67	77	67	60	60	55	65
93	65	78	69	82	64	52	55	63	65
95	65	84	66	82	61	71	58	59	61
60	57	73	61	89	63	68	57	75	64
77	66	90	64	90	63	42	59	85	64
85	67	92	62	40	55	62	67	30	50
77	65	45	54	50	60	65	69	34	53
89	66	50	57	64	65	65	64	41	60
90	69	71	65	62	64	71	67	47	60
83	65	65	64	70	68	80	64	50	55
91	65	80	66	75	65	76	61	67	58
54	57	80	68	65	60	87	63	57	57
70	63	71	62	88	63	79	60		

Pour faire une corrélation entre deux paramètres (31) il faut que ceux-ci soient aléatoires ; de plus, si l'on obtient une corrélation, si l'on veut en tester de façon simple la valeur, il faut en outre que les deux populations formées soient normales.

Ici α et P_4 sont bien des variables aléatoires puisqu'elles représentent les résultats d'une expérience.

Il reste donc à vérifier la normalité des populations des α et des P_4 . Pour ce faire, on trace les courbes des fréquences cumulées des valeurs de chacune des variables sur une anamorphose galtonienne ; si les points obtenus pour chaque population sont sensiblement alignés, celles-ci suivent des lois de GAUSS et sont donc normales (31).

- Normalité de la population des α

On forme, pour les valeurs de α , des intervalles d'amplitude 1 grade et l'on compte, pour chaque intervalle, le nombre cumulé des α inférieurs ou égaux aux bornes de chacun d'eux. Soit A ce nombre qui est ensuite exprimé pour cent (A %)

α	A	A %
50	1	0,7
51	1	0,7
52	2	1,5
53	7	5,4
54	9	6,9
55	14	10,8
56	16	12,4
57	23	17,8
58	25	19,3

α	A	A %
59	26	20,1
60	37	28,6
61	45	34,8
62	51	39,5
63	62	48,0
64	81	62,7
65	98	75,9
66	105	81,3
67	115	89,1

α	A	A %
68	119	92,2
69	123	95,3
70	126	97,6
71	127	98,4
72	128	99,2
73	128	99,2
74	128	99,2
75	129	100,0

La courbe de la figure 16 montre que la distribution des angles α est une distribution sensiblement normale puisque les points s'alignent relativement bien.

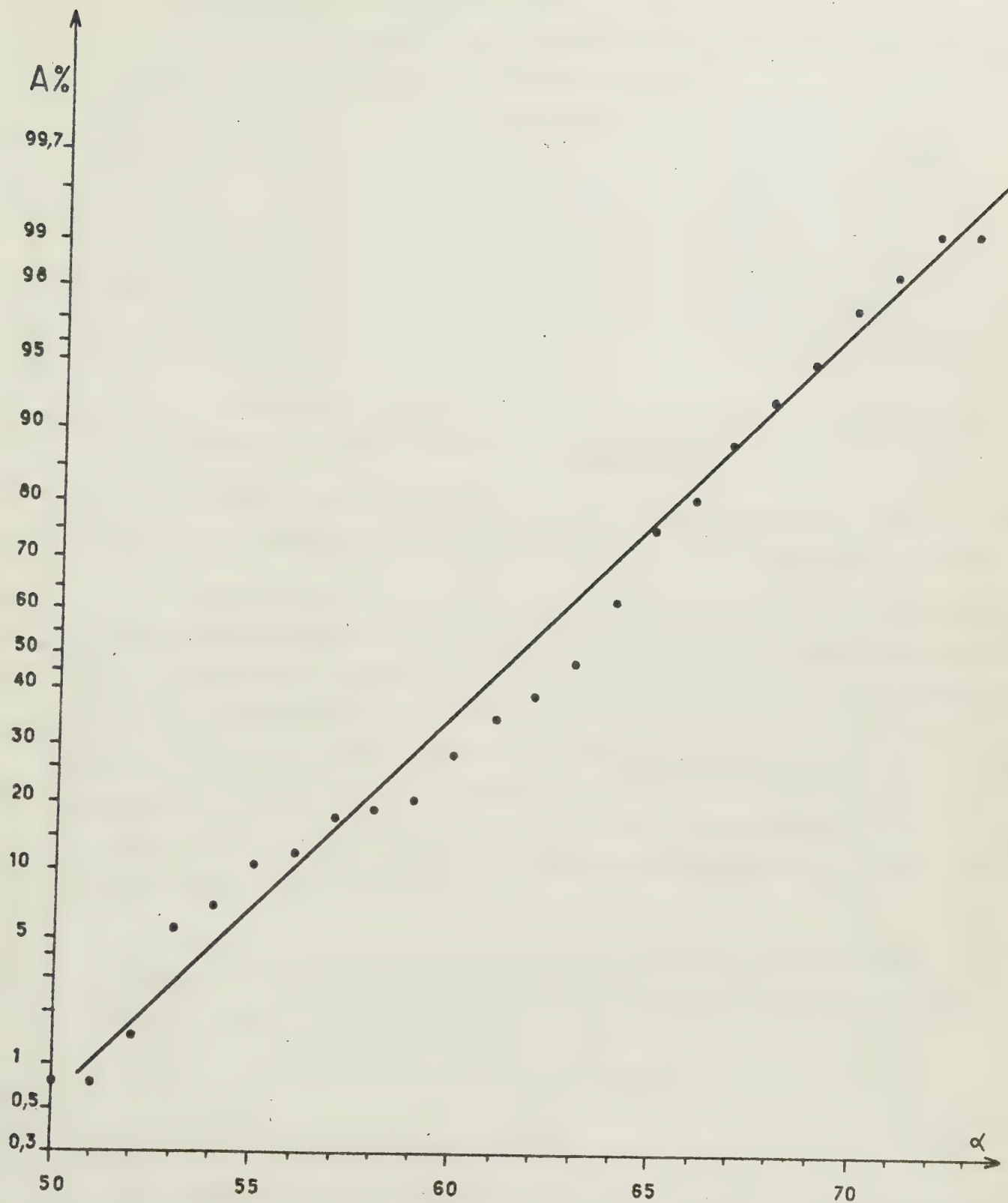


Figure 16 : Fréquences cumulées des valeurs de α
Anamorphose galtonienne.

Le même raisonnement que précédemment mais avec des intervalles, pour P_4 , d'amplitude de 5 % amène au tableau suivant :

P_4	A	A %
35	4	3,1
40	9	7,0
45	16	12,4
50	23	17,8
55	30	23,2

P_4	A	A %
60	37	28,7
65	50	38,7
70	62	48,1
75	75	58,1

P_4	A	A %
80	89	69,0
85	101	78,2
90	119	92,2
95	129	100,0

L'alignement des points de la figure 17 permet de considérer la distribution des P_4 comme sensiblement gaussienne.

Ainsi toutes les conditions sont-elles requises pour que l'on puisse faire une corrélation aisément testable entre les paramètres P_4 et α

En portant, sur des axes rectangulaires, en abscisse les valeurs du pourcentage poids cumulé au trou numéro 4, P_4 , et en ordonnée les valeurs correspondantes de l'angle α , on obtient un nuage de points représentant la population (figure 18), et ce nuage a une tendance linéaire marquée. Il est donc possible de la caractériser par la droite des moindres carrés, lieu des points tels que la somme des distances, comptées parallèlement à Oy, des différents points du nuage à cette droite soit algébriquement nulle, et que la somme des carrés des distances, comptées parallèlement à Oy, des points à cette droite soit minimum (31).

Ici la droite des moindres carrés passe par le point moyen ($P_4 = 69,66 - \alpha = 62,62$) et a pour pente 0,20 (pente obtenue par le calcul classique). Son équation est donc de la forme :

$$\alpha - 62,62 = 0,20 (P_4 - 69,66)$$

$$\text{soit } \underline{\alpha = 0,20 P_4 + 48,69}$$

Pour savoir si la liaison $\alpha - P_4$ est intime il faut calculer le coefficient de corrélation r (31). On obtient $r = 0,73$ qui est assez proche de 1 donc il y a de grandes chances pour que la liaison $\alpha = f(P_4)$ existe.

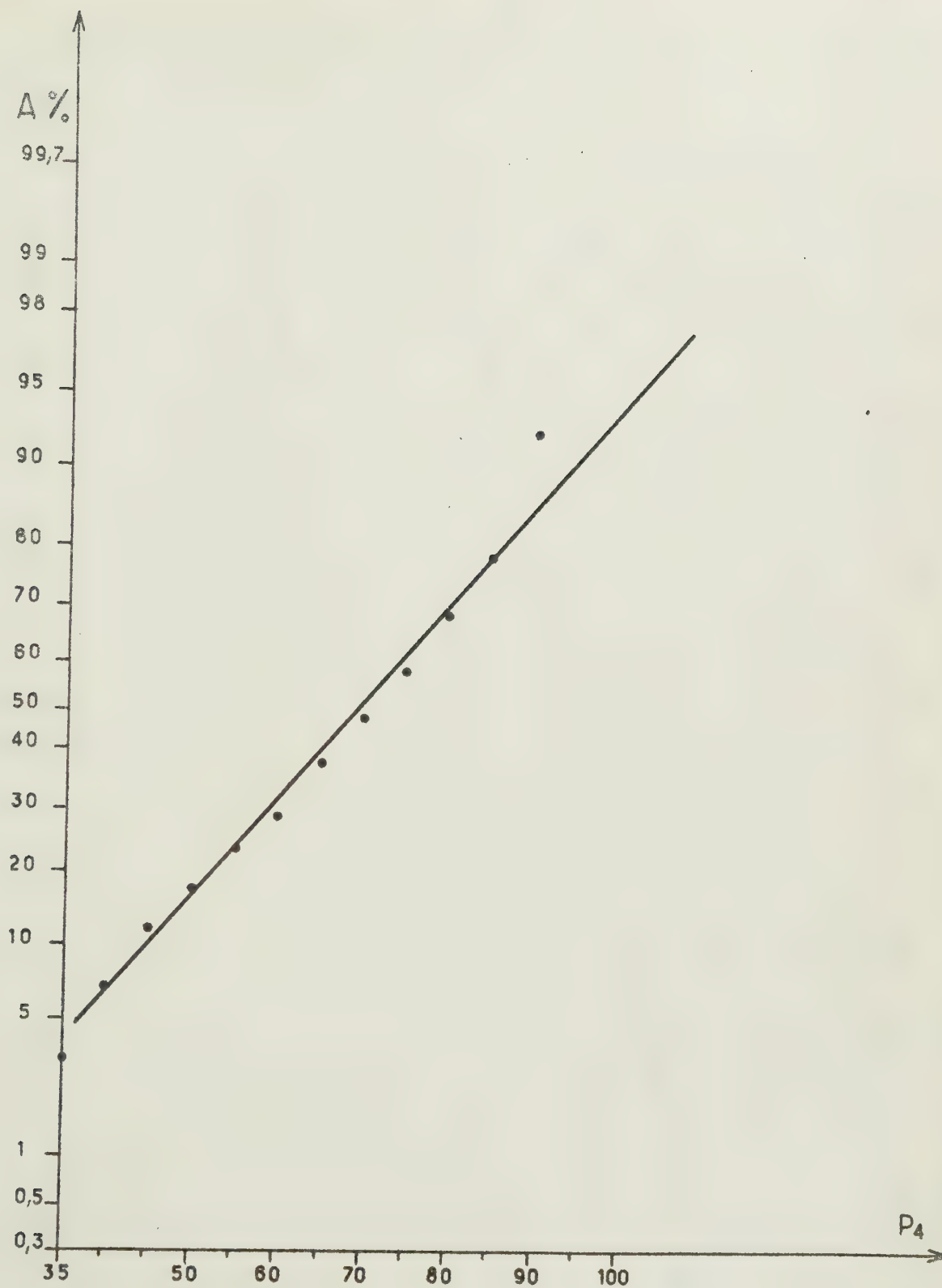


Figure 17 : Fréquences cumulées des valeurs de P₄
Anamorphose galtonienne.

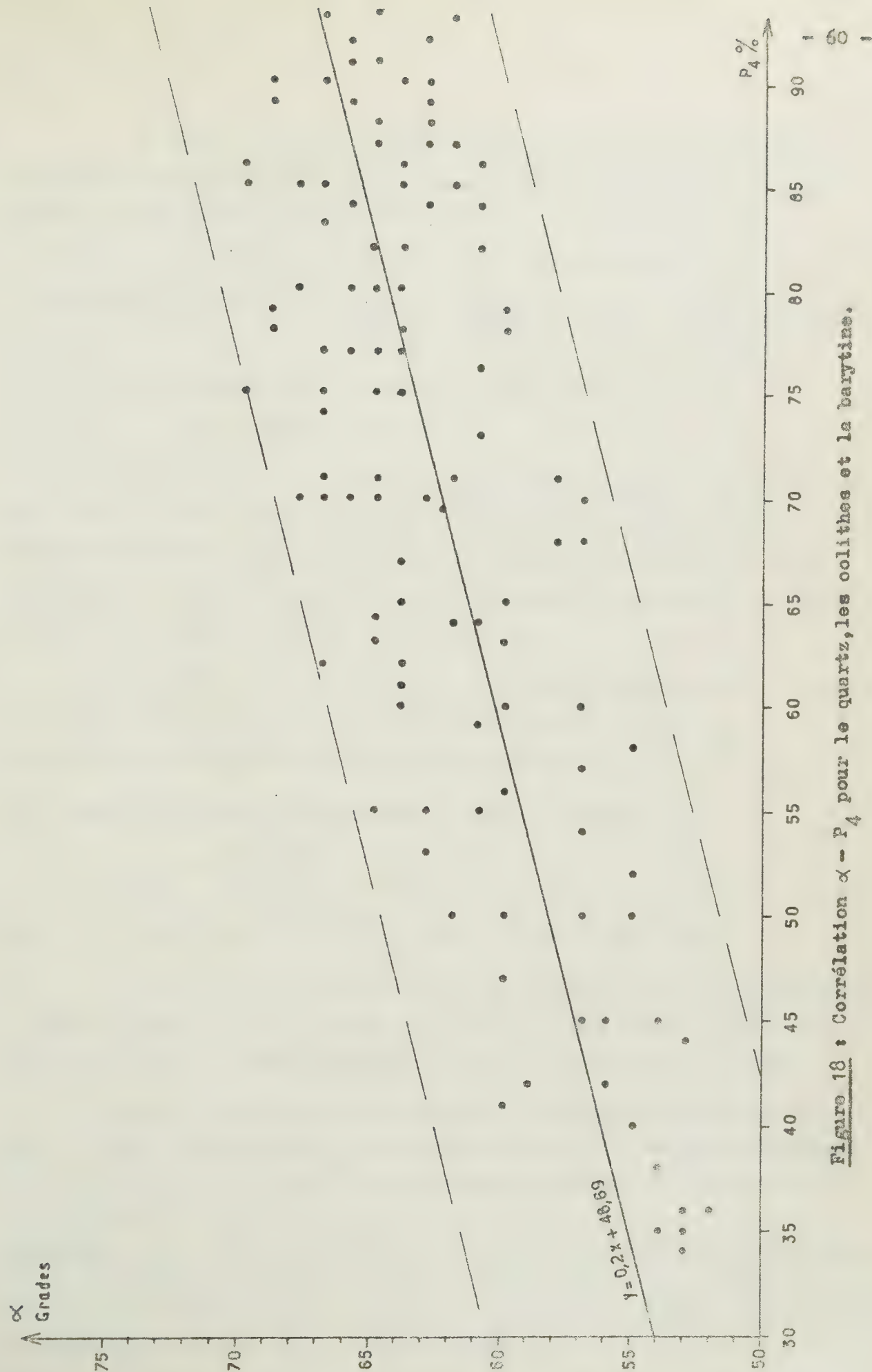


Figure 18 : Corrélation $\alpha - P_4$ pour le quartz, les oolites et la barytine.

En fait r est une variable qui suit une loi de probabilité, il faut donc tester la nullité de r ; comme r ne suit pas une loi de GAUSS on testera cette nullité en utilisant :

$z = \arg \operatorname{th} r$ qui, lui, suit une loi normale.

L'écart type de z est $\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{N-3}} = \frac{1}{\sqrt{126}} = \frac{1}{11,23}$ N étant le nombre de valeurs du couple (α, P_4)

La table de correspondance $z - \arg \operatorname{th} r$ donne $z = 0,93$ donc :

$$\frac{z}{\sigma_z} = \frac{0,93}{1/11,23} = 10,4$$

Le test est très hautement significatif puisque la table de GAUSS dit qu'il y a plus de 99,9 pour cent de chances pour que z , donc r , ne soit pas nul, donc pour que l'on ait une liaison statistique entre α et P_4 .

Remarque : ce résultat peut être considéré comme bon puisque l'opération a porté sur un grand nombre de couples (α, P_4) .

La liaison statistique entre les deux paramètres ayant de grandes chances d'exister, il s'agit de savoir si elle est intense :

la variance résiduelle de la dispersion des α est $V_R = (1 - r^2) V_\alpha$

V_α étant la variance de tous les α de tous les couples soit

$$V_\alpha = \frac{\sum (\alpha - \bar{\alpha})^2}{N - 1} = 21,84$$

Ainsi il vient : $V_R = (1 - 0,73^2) 21,84 = 10,26$ et $\sigma_R = \sqrt{10,26} = 3,2$

Donc, dans la population, on a 99,9 chances sur 100 de trouver des dont la valeur réelle s'écarte, au plus, de $\pm 2\sigma_R = \pm 6,4$ grades soit de 10 % environ de la valeur théorique calculée à partir d'un P_4 donné.

Sur le graphique de la figure 18, les points seront donc compris dans la bande déterminée par les deux parallèles à la droite des moindres carrés, distantes de celle-ci de 6,4 grades comptés parallèlement à l'axe des ordonnées.

Conclusion : la liaison $\alpha = 0,20 P_4 + 48,69$ est très sûre puisque les opérations ont porté sur un grand nombre de valeurs et que le coefficient de corrélation est très proche de 1, mais elle est assez peu précise car la variance résiduelle est 47 % de la variance totale.

4-02-02 Corrélation α - P_4 pour le quartz, les oolithes et la barytine pris séparément.

La liaison précédemment étudiée n'étant pas excellente, il est intéressant de voir si, à l'intérieur de chaque minéral, il n'existe pas une meilleure corrélation entre α et P_4 .

- pour la barytine, on obtient un nuage de points représenté par la droite :

$$\alpha = 0,17 P_4 + 48,47$$

avec un coefficient de corrélation $r = 0,67$ donnant plus de 99,9 chances sur 100 d'avoir une liaison statistique, et un écart, entre les valeurs réelles et calculées, de $\pm 2\sigma_R = \pm 4,6$ grades soit environ 7 %.

- pour les oolithes, la droite représentant le nuage a pour équation

$$\alpha = 0,09 P_4 + 58,57$$

le coefficient de corrélation est $r = 0,53$ avec un écart $\pm 2\sigma_R = \pm 3,5$ grades, soit environ 5 %.

- pour le quartz, la droite a pour équation : $\alpha = 0,33 P_4 + 42,10$ avec $r = 0,91$ et $\pm 2\sigma_R = \pm 5,4$ grades, soit environ 9 %.

4-02-03 Conclusion

Que l'on considère la liaison α - P_4 pour chaque minéral ou pour les trois minéraux pris dans leur ensemble, l'erreur faite en calculant α à partir des valeurs de P_4 est au plus égale à 10 % dans 99,9 pour cent des cas. Donc, étant donné la précision des mesures (voir § 5), il est permis d'admettre qu'un essai est valablement caractérisé par la seule valeur de P_4 . De plus le but de cette corrélation n'était pas tellement de pouvoir reconstituer l'essai à partir de la seule valeur de P_4 , mais surtout de constater que α varie comme P_4 ; c'est-à-dire que si un facteur (le débit par exemple) fait, quand il augmente, diminuer P_4 , il fait en même temps diminuer α , donc favorise l'étalement du produit le long de la coquille et vice versa.

5) - PRECISION DES RESULTATS

Le § 2 a montré de quelle manière étaient mesurées et ajustées les valeurs des facteurs testés. Il est maintenant intéressant de calculer rapidement l'erreur attribuable aux valeurs données.

Les opérations de tamisage ont été très poussées et on peut admettre que la fraction des égarés est inférieure à 5 %.

5 - 02 Erreur sur la densité δ du minéral

La mesure de la densité δ d'un minéral donné a été renouvelée un assez grand nombre de fois par les deux méthodes indiquées au § 2-02-02 ; il est apparu que la valeur de δ ne pouvait être donnée à moins de 0,05 près ; ceci est dû au fait qu'il existe des particules d'air accrochées aux grains et qu'il est très difficile d'éliminer totalement cet air lors de l'immersion du produit dans l'eau.

On prendra donc $\Delta \delta = 0,05$

5 - 03 Erreur sur le débit Q d'alimentation

La valeur de Q est obtenue en mesurant le temps t nécessaire pour obtenir un volume V de pulpe ;

$$\text{donc } Q = \frac{V}{t} \text{ et } \frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta t}{t}$$

Le volume V de pulpe est lui-même obtenu en mesurant la hauteur de liquide dans un récipient cylindrique de surface de base constante de 3,8 dm². La hauteur est mesurée à 1 mm près donc $\Delta V \approx 0,04$ l. La valeur moyenne de V étant 10 litres, il vient :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{0,04}{10} = \frac{4}{1000}$$

Le temps lui-même peut être mesuré à 2/10 secondes près (en admettant 1/10 seconde d'erreur au début du chronométrage et 1/10 seconde à la fin) ; la durée moyenne d'une prise étant de 5 secondes, il vient :

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{0,2}{5} = \frac{4}{100}$$

Finalement l'erreur sur Q est donnée par $\frac{\Delta Q}{Q} \approx 4,5 \%$

Remarque : la pompe elle-même donne une erreur sur la valeur réelle du débit qui n'est pas tenu exactement constant ; cette inconstance de Q a été testée et l'on peut dire que les variations de Q dues à la pompe n'excèdent pas 0,1 m³/h. Finalement on a donc $\frac{\Delta Q}{Q} \approx 6,5 \%$

S est obtenu à partir de la mesure de la densité G_p de la pulpe, elle-même calculée en faisant le rapport du poids P au volume V d'une prise sur l'alimentation.

$$\text{donc } G_p = \frac{P}{V} \text{ et } \frac{\Delta G_p}{G_p} = \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta V}{V}$$

Le volume V (en moyenne 800 cm³) est mesuré sur une éprouvette à 5 cm³ près et le poids P (en moyenne 900 g.) sur une balance automatique à 5 g. près.

$$\text{Ainsi : } \frac{\Delta G_p}{G_p} = \frac{5}{900} + \frac{5}{800} \approx \frac{1}{100}$$

Le pourcentage de solide S est lié à la densité de la pulpe G_p par la relation :

$$S = \frac{100 \mathcal{S} (1 - G_p)}{G_p (1 - \mathcal{S})} \quad \text{où } \mathcal{S} \text{ est la densité du minéral}$$

En maximisant le résultat de la dérivée logarithmique de S il vient :

$$\frac{\Delta S}{S} = \left| \frac{\Delta \mathcal{S}}{\mathcal{S} (1 - \mathcal{S})} \right| + \left| \frac{\Delta G_p}{G_p (1 - G_p)} \right| \quad \begin{array}{l} \text{avec } \mathcal{S} \text{ moyen} = 3,4 \\ G_p \text{ moyen} = 1,1 \end{array}$$

$$\text{soit } \frac{\Delta S}{S} = \left| \frac{0,05}{3,4 (1 - 3,4)} \right| + \left| \frac{0,01}{1,1 (1 - 1,1)} \right|$$

$$\text{et } \frac{\Delta S}{S} = 10 \%$$

Les calculs précédents montrent que la précision des mesures effectuées sur les divers facteurs est assez bonne. Comme on ne connaît pas la relation mathématique exacte qui lie les quatre facteurs Q - S - $\mathcal{S}$ et G au paramètre P_4 mesuré, il n'est pas possible de calculer l'erreur commise sur la mesure de P_4 . Pour remédier à cela, des essais ont été effectués dans les conditions les moins favorables et ont été répétés plusieurs fois.

5 - 05 Erreur sur la valeur de P_4

Les conditions susceptibles de donner les résultats entachés de l'erreur maximale sont celles qui mettent en jeu la plus grande quantité de minerai et qui donnent les erreurs les plus considérables sur la mesure des facteurs ; à savoir : un fort débit (6,5 m³/h) et un fort pourcentage de solide (20 %).

En renouvelant plusieurs fois un essai sur des oolithes ($\delta = 3,5$) de la fraction 0,141 - 0,210 mm avec un débit de 6,5 m³/h et un pourcentage de solide de 20 %, on a obtenu pour P_4 les valeurs suivantes exprimées en pour cent :

38	38	37	43	42	37	34	35	41
39	39	40	39	40	41	41	38	39
42	39	40	37	36	38	38	37	39

La normalité de la population ci-dessus est testée comme il a été fait au § 4 - 02 pour les populations des α et des P_4 .

La figure 19 montre que la courbe des fréquences cumulées, en ordonnées galtoniennes, est sensiblement une droite ; la population peut donc être considérée comme normale.

- sa moyenne est : $\bar{P}_4 = 38,77$

- son écart type est : $\sigma = 2,23$

La distribution étant normale, il y a 99,8 chances sur cent pour que les valeurs des mesures soient dans l'intervalle $(\bar{P}_4 + 3\sigma, \bar{P}_4 - 3\sigma)$. Comme, dans le cas présent, les conditions sont les plus défavorables à l'exactitude des valeurs de P_4 , le σ obtenu ici a une valeur plus grande que celui que l'on obtiendrait en répétant n fois une expérience dans des conditions autres.

Rien ne s'oppose alors à ce que l'on considère que l'erreur absolue, faite sur les valeurs générales de P_4 , soit au maximum égale au $\pm 3\sigma$ de l'expérience ci-dessus.

on écrira donc : $P_4 = P_4 \text{ expérimental} \pm 6,7$
 =====

Cette erreur absolue maximale de $\pm 6,7$, quelles que soient les conditions d'expérience, est relativement bonne, compte tenu que les essais sont effectués sur un appareil industriel.

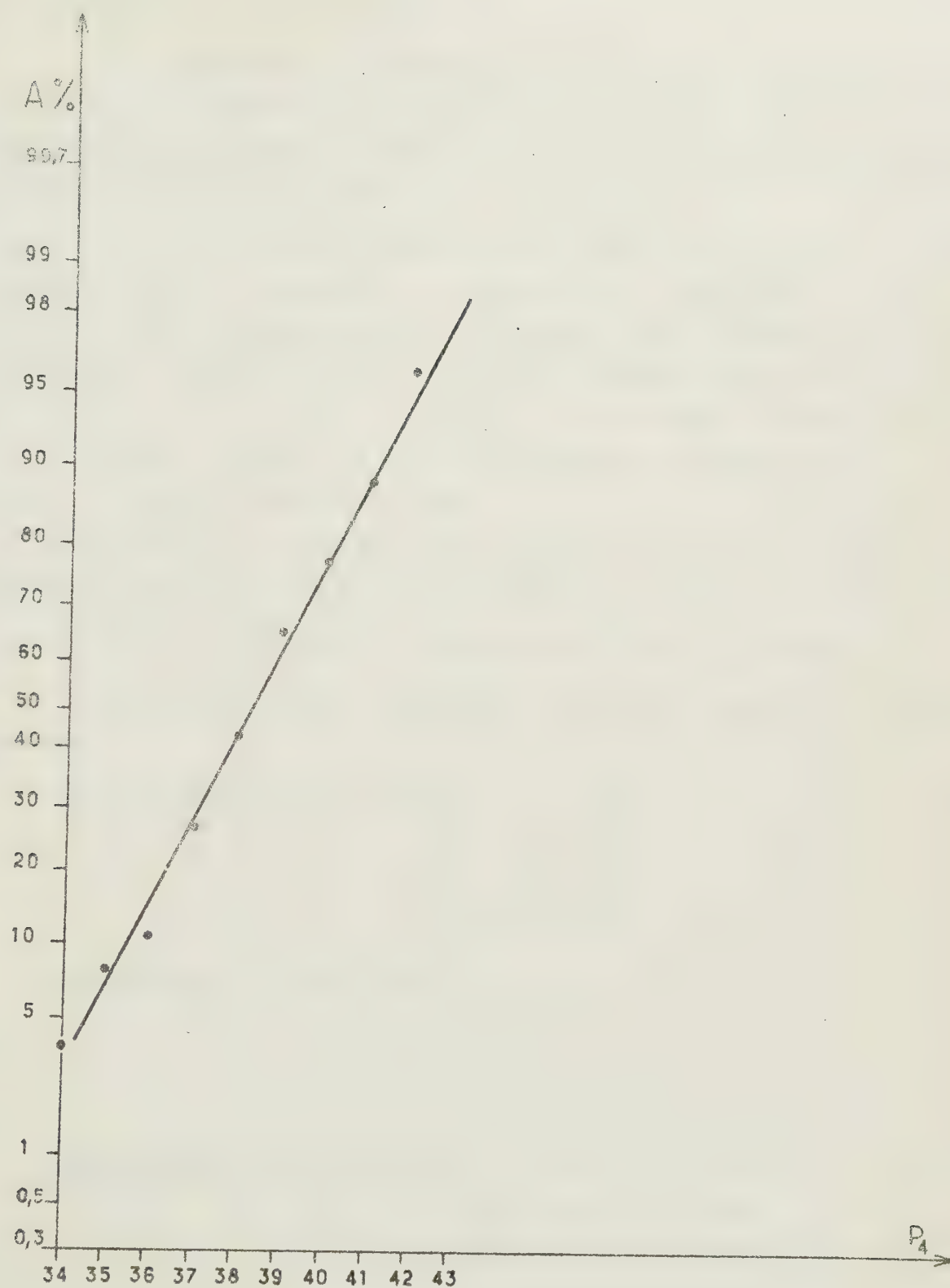


Figure 19 : Fréquence cumulée des valeurs de P_4
Anamorphose galtonienne.

Le coefficient P_4 , pourcentage poids cumulé au trou numéro 4, caractérise l'étalement de la distribution des grains le long de la coquille ; plus P_4 est grand, plus les particules ont tendance à se diriger rapidement vers l'axe central de la spirale.

Afin de connaître l'influence des quatre facteurs (débit - pourcentage de solide - granulométrie et minéral) sur l'étalement de la distribution on étudie simultanément ces influences. C'est la méthode de l'analyse de variance ; elle présente sur la méthode classique (fixer tous les facteurs sauf un dont on étudie l'influence) les avantages suivants (27) :

- il existe certains facteurs de la variation desquels on n'est pas maître au cours de l'expérimentation,
- on peut mettre en évidence des phénomènes d'interaction qu'il ne serait pas possible de dégager par la méthode classique,
- le nombre d'expériences nécessaires peut être plus réduit.

Dans cette optique, les facteurs envisagés prennent les modalités suivantes :

- débit d'alimentation Q : $\begin{array}{l} \uparrow Q_1 = 3,5 \text{ m}^3/\text{h} \\ Q_2 = 4,5 \text{ m}^3/\text{h} \\ \downarrow Q_3 = 5,5 \text{ m}^3/\text{h} \\ Q_4 = 6,5 \text{ m}^3/\text{h} \end{array}$
- pourcentage de solide S : $\begin{array}{l} \uparrow S_1 = 5 \% \\ S_2 = 10 \% \\ \downarrow S_3 = 15 \% \\ S_4 = 20 \% \end{array}$
- granulométrie G du minéral : $\begin{array}{l} \uparrow G_1 = 0,141 - 0,210 \text{ mm} \\ G_2 = 0,210 - 0,280 \text{ mm} \\ \downarrow G_3 = 0,280 - 0,510 \text{ mm} \end{array}$

- nature du minéral M :

- M_1 : quartz rond de densité 2,7
- M_2 : oolithes ovoïdes de densité 3,5
- M_3 : barytine parallélépipédique de densité 4,3

Remarque : les essais effectués sur les stériles (calcite - quartz - oxydes de fer) du minerai de fer et sur le zircon d'Antété dont les résultats sont donnés au § 4, ont été réalisés dans le but d'aider seulement à la détermination du facteur minéral.

6 - 01 Analyse de variance sur les valeurs de P_4

Le tableau 9, page suivante, donne les valeurs obtenues pour P_4 , paramètre caractéristique de l'essai.

Une analyse de variance n'est possible que si la distribution des valeurs mesurées est normale (31). Il convient donc de vérifier la normalité de la population des P_4 ; comme précédemment, on trace la courbe des fréquences cumulées en ordonnées galtoniennes. Avec les mêmes notations qu'au § 4 - 02, le tableau ci-après permet de tracer cette courbe (figure 20)

P_4	A	A %
35	4	2,8
40	10	6,9
45	18	12,5
50	25	17,3
55	34	23,6
60	41	28,5
65	56	38,8
70	69	47,9
75	82	56,9
80	97	67,4
85	111	77,0
90	131	90,9
95	144	100,0

Les points de la figure 20 étant sensiblement alignés, rien ne s'oppose à ce que l'on considère que la distribution des P_4 soit normale. On effectue alors, par la méthode classique, le calcul des variances dues aux actions et aux interactions des facteurs.

Le tableau 10 résume les résultats trouvés et donne les valeurs de la table de SNEDECOR aux seuils 1 % et 5 % pour les nombres de degrés de liberté correspondants.

		$Q_1 = 3,5 \text{ m}^3/\text{h}$				$Q_2 = 4,5 \text{ m}^3/\text{h}$				$Q_3 = 5,5 \text{ m}^3/\text{h}$				$Q_4 = 6,5 \text{ m}^3/\text{h}$				Moy.			
		S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄		Tot.	Moy.	
Quartz M ₁	G ₁	75	70	60	54	67	50	45	44	55	40	36	36	42	35	35	30	774	48,37		
	G ₂	87	86	77	70	75	60	50	45	70	50	45	38	62	42	40	34	931	58,18		
	G ₃	95	85	85	78	85	74	71	64	75	64	56	50	65	55	50	41	1093	68,31		
oolit. M ₂	G ₁	80	87	77	62	78	75	65	55	67	62	55	45	65	61	52	38	1024	64,00		
	G ₂	91	89	89	88	83	78	80	75	77	70	70	60	71	64	55	47	1187	74,18		
	G ₃	93	92	90	90	88	84	80	70	82	75	70	65	80	70	63	55	1247	77,93		
Baryt. M ₃	G ₁	92	87	83	80	85	73	71	58	82	65	64	52	76	63	59	50	1140	71,25		
	G ₂	95	93	91	85	93	90	86	78	89	88	77	71	87	84	75	67	1349	84,31		
	G ₃	94	95	90	85	93	92	90	70	90	86	86	68	79	84	85	57	1344	84,00		
Tot.		802	784	742	692	747	676	638	559	687	600	559	485	627	558	514	419	13089			
Moy.		89,11	87,11	82,44	76,88	83,00	75,11	70,88	62,11	76,33	66,66	62,11	53,88	69,66	62,00	57,11	46,55		70,062		
Moy.		83,88				72,77				64,74				58,83							

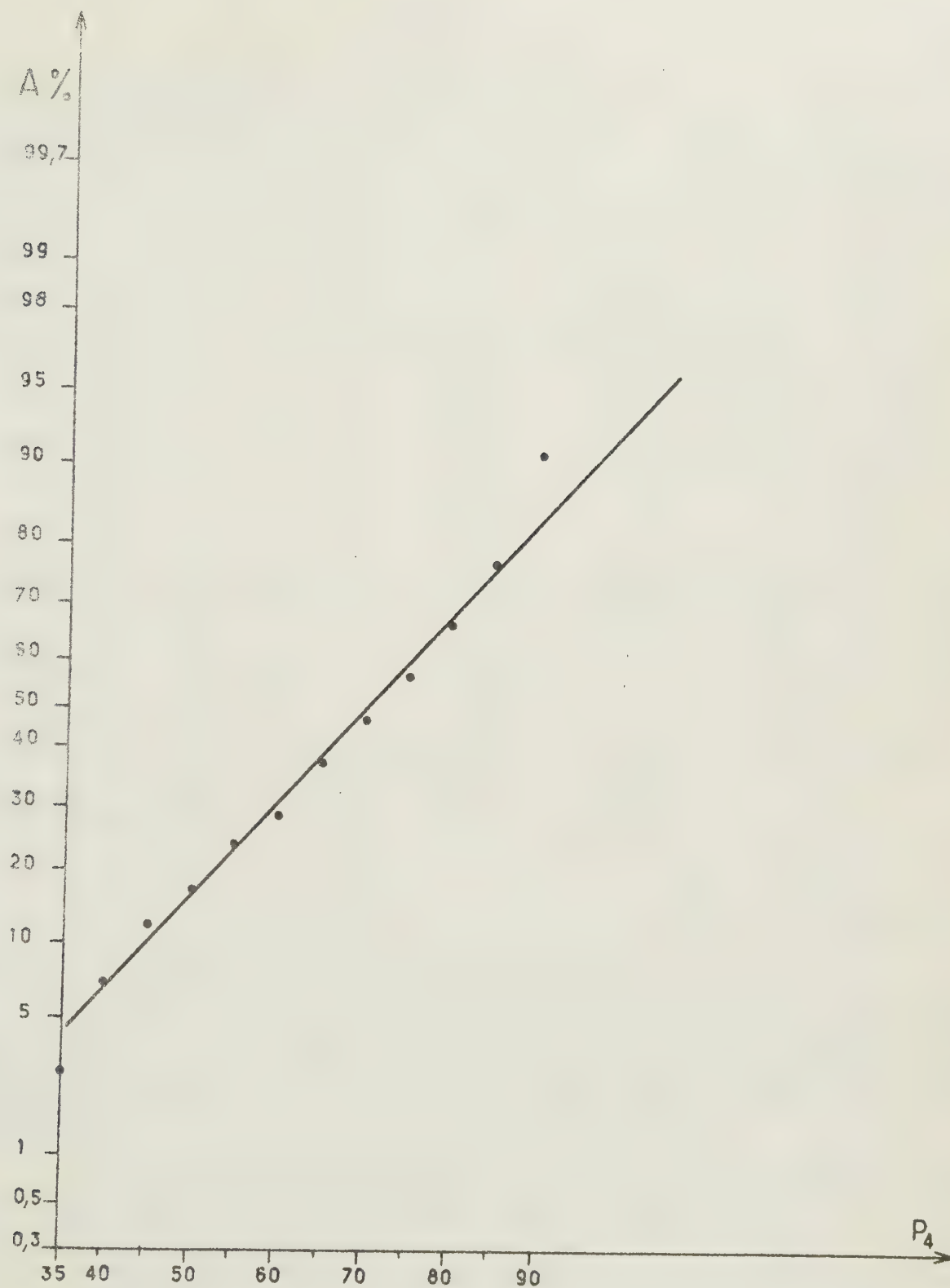


Figure 20 : Fréquences cumulées des valeurs de P_4 .
Anamorphose galtonienne.

Tableau 10

- 71 -

Résultats de l'analyse de variance

Sommes quadratiques	Degrés de liberté	Variance Facteurs	Variances Vi	$\frac{V_i}{V_R}$	Table de SNEDECOR	
					5 %	1 %
12 702,367	3	Débit Q	$V_Q = 4\,234,12$	749,4	2,9	4,4
11 438,953	2	Minéral M	$V_M = 5\,719,97$	1012,4	3,3	5,3
6 134,712	2	Gran. G	$V_G = 3\,067,36$	542,9	3,3	5,3
7 359,108	3	% sol. S	$V_S = 2\,453,04$	434,2	2,9	4,4
875,165	6	Q . M	$V_{QM} = 145,86$	25,8	2,4	3,4
485,577	4	M . G	$V_{MG} = 121,39$	21,5	2,6	4,0
109,182	6	G . S	$V_{GS} = 18,20$	3,2	2,4	3,4
380,153	9	Q . S	$V_{QS} = 42,24$	7,5	2,2	3,1
61,280	6	Q . G	$V_{QG} = 10,21$	1,8	2,4	3,4
380,996	6	M . S	$V_{MS} = 63,50$	11,2	2,4	3,4
392,134	12	Q . M . G	$V_{QMG} = 32,68$	5,8	2,0	2,8
510,160	12	M . G . S	$V_{MGS} = 42,51$	7,5	2,0	2,8
218,984	18	G . Q . S	$V_{GQS} = 12,16$	2,1	1,9	2,6
219,052	18	Q . M . S	$V_{QMS} = 12,17$	2,2	1,9	2,6
203,614	36	Résiduelle	$V_R = 5,65$			
41 472,437	143	Totale	$V_T = 290,02$			

6 - 02 Conclusions de l'analyse de variance

Tout d'abord la faible valeur (5,65) de la variance résiduelle V_R prouve que tous les facteurs influençant l'écoulement de la pulpe ont été envisagés. En dehors de Q, M, G et S aucun autre facteur n'entre en ligne de compte.

De plus, la variance résiduelle, qui a un nombre de degrés de liberté assez élevé, permet de chiffrer l'erreur expérimentale.

$$\text{on a } V_R = \sigma_R^2 = 5,65 \quad \text{d'où } \sigma_R = 2,38$$

$$\text{et } \pm 3\sigma_R = \pm 7,14 \approx \pm 7$$

ainsi on a 99,8 chances sur cent pour que les valeurs de P_4 soient comprises dans l'intervalle $(P_4 - 3\sigma_R, P_4 + 3\sigma_R)$. L'erreur expérimentale est donc de l'ordre de ± 7 unités. On avait trouvé au § 5 - 05 que l'erreur absolue maximale était de $\pm 6,7$ unités. La concordance des deux résultats justifie l'estimation de l'erreur faite précédemment.

Le tableau 10 montre que, même au seuil de 1 %, c'est-à-dire avec 1 % de chance d'erreur, le débit, le pourcentage de solide, la granulométrie et la nature du minéral sont des facteurs d'hétérogénéité.

Les actions de ces quatre facteurs sont extrêmement fortes ; par contre les interactions entre facteurs sont beaucoup plus faibles dans la mesure même où elles sont significatives.

Dans le tableau 11 on a négligé les interactions en faisant entrer leur variance dans la variance résiduelle. Même dans ces conditions, les rapports V_i/V_R sont encore très supérieurs aux seuils de SNEDECOR. L'influence des facteurs est donc réellement très grande.

Tableau 11

Résultats de l'analyse de variance (interactions négligées)

Sommes quadratiques	Degrés de liberté	Variance Facteurs	Variances V_i	$\frac{V_i}{V_R}$	Table de SNEDECOR	
					5%	1%
12 702,367	3	Débit Q	$V_Q = 4\ 234,12$	147,0	2,9	4,4
11 439,953	2	Minéral M	$V_M = 5\ 719,97$	198,6	3,3	5,3
6 134,712	2	Gran. G	$V_G = 3\ 067,36$	106,5	3,3	5,3
7 359,108	3	% sol. S	$V_S = 2\ 453,04$	85,2	2,9	4,4
3 836,297	133	Résiduelle	$V_R = 28,8$			
41 472,437	143	Totale	$V_T = 290,02$			

6-02-01 Les actions

La comparaison des valeurs des rapports variance facteur sur variance résiduelle à celles de la table de SNEDECOR, montre que les facteurs d'hétérogénéité sont très hautement significatifs. Il en résulte que le comportement du minéral, lors de sa descente dans la coquille, est très influencé par les valeurs données au débit, au pourcentage de solide et à la granulométrie.

Chaque rapport V_i/V_R indique la contribution prise par le facteur i dans la variance totale observée ; donc la comparaison des divers V_i/V_R entre eux permet de conclure à la plus ou moins grande influence des facteurs, du moins si ces rapports sont assez franchement différents. Ainsi c'est la nature même du minéral qui conditionne en premier lieu son comportement, ce comportement étant influencé, avec une importance moindre, par le débit d'alimentation, la granulométrie et enfin le pourcentage de solide.

Recherche des différences significatives entre les diverses valeurs attribuées aux facteurs. Il se peut que les divers niveaux attribués à un facteur tel que le débit Q par exemple, donnent des populations dont les variances soient identiques ; dans ce cas l'hétérogénéité constatée est imputable à une différence des moyennes (27). En prenant, comme estimation de la variance commune, la variance résiduelle V_R , une différence entre les valeurs de Q est significative si elle dépasse le seuil de significativité de Student - Fisher :

$$s = t_{\alpha} \sqrt{\frac{V_R}{n_1} + \frac{V_R}{n_2}} \quad \text{avec } V_R = 5,65 \quad n_1 = n_2 = 36$$

t_{α} au seuil 1 % avec un nombre de degrés de liberté de $36 + 36 - 2 = 70$ est de 2,65

$$\text{donc } s = 2,65 \sqrt{0,31} \approx 1,5$$

Or, pour toutes les valeurs de Q (tableau 9) la différence entre les moyennes est au moins égale à 6. Ainsi les différences entre les moyennes des différents niveaux de Q sont significatives au seuil de 1 % et ceux ci agissent différemment : les valeurs de P_4 diminuent systématiquement quand le débit augmente.

Des calculs analogues montrent que les différences entre les moyennes des différents niveaux de M , S et G sont aussi significatives au seuil de 1 %.

6-02-02 Les interactions

En se plaçant toujours au seuil de 1 % pour la table de SNEDCOR, il apparaît que certaines interactions ne sont pas significatives tandis que d'autres le sont.

- non significatives : G.S, Q.G, G.Q.S, Q.M.S
- significatives : Q.M, M.G, Q.S, M.S, Q.M.G, M.G.S

Dire que l'interaction Q.G par exemple n'est pas significative revient à dire que :

- si la modalité Q_1 de Q est la meilleure pour avoir P_4 élevé
 - si la modalité G_3 de G est la meilleure pour avoir P_4 élevé
- alors la combinaison $Q_1 G_3$ est, à coup sûr, la plus favorable pour arriver au résultat désiré.

Mais dire que l'interaction Q.S, par exemple, est significative c'est-à-dire que :

- si la modalité Q_1 de Q est la meilleure pour avoir un P_4 élevé
 - si la modalité S_1 de S est la meilleure pour avoir un P_4 élevé
- il peut exister une combinaison $Q_i S_j$ différente de $Q_1 S_1$ donnant le résultat le plus favorable. Ce que l'on perd en prenant Q_i et S_j moins favorables que Q_1 et S_1 est compensé par l'intérêt qu'il y a à avoir la rencontre de Q_i et S_j .

Les interactions étant très faibles en regard des actions, on peut affirmer que la combinaison des meilleures modalités des facteurs donnera le meilleur résultat. Les interactions joueront certainement, en plus, de manière favorable.

Remarque. Les facteurs ont été classés par influence décroissante dans l'ordre suivant : M - Q - G - S. Ce classement n'est valable que dans les limites des modalités attribuées aux facteurs. En effet, rien ne prouve que si, par exemple, le pourcentage de solide avait atteint la modalité 50 %, la part prise par sa variance dans la variance totale n'aurait pas été plus importante que celle prise par la variance de la granulométrie dans les conditions d'expérience envisagées.

6 - 03 Influence des facteurs

Les actions des facteurs étant très fortes vis à vis des interactions considérées comme négligeables, on peut construire les courbes donnant les variations de P_4 en fonction : du débit Q (figures 21 à 24), du pourcentage de solide (figures 25 à 28) et de la granulométrie (figures 29 à 32) pour les divers minéraux envisagés.

L'analyse des courbes obtenues permet de tirer les conclusions suivantes :

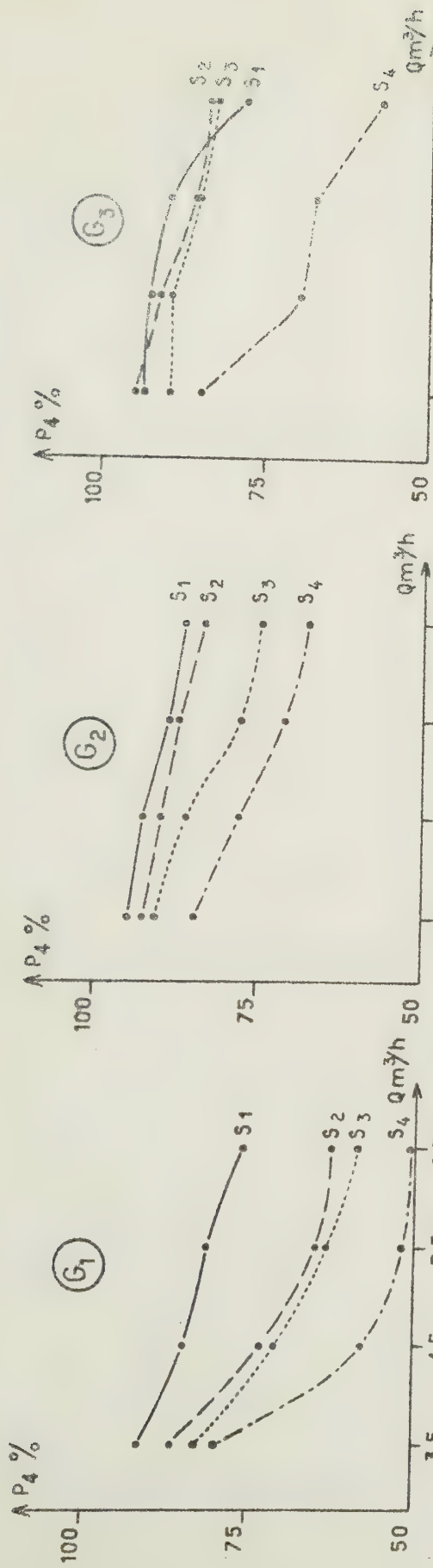


Figure 21 : $P_4 = f(Q)$ pour la barytine de Meyrignac.

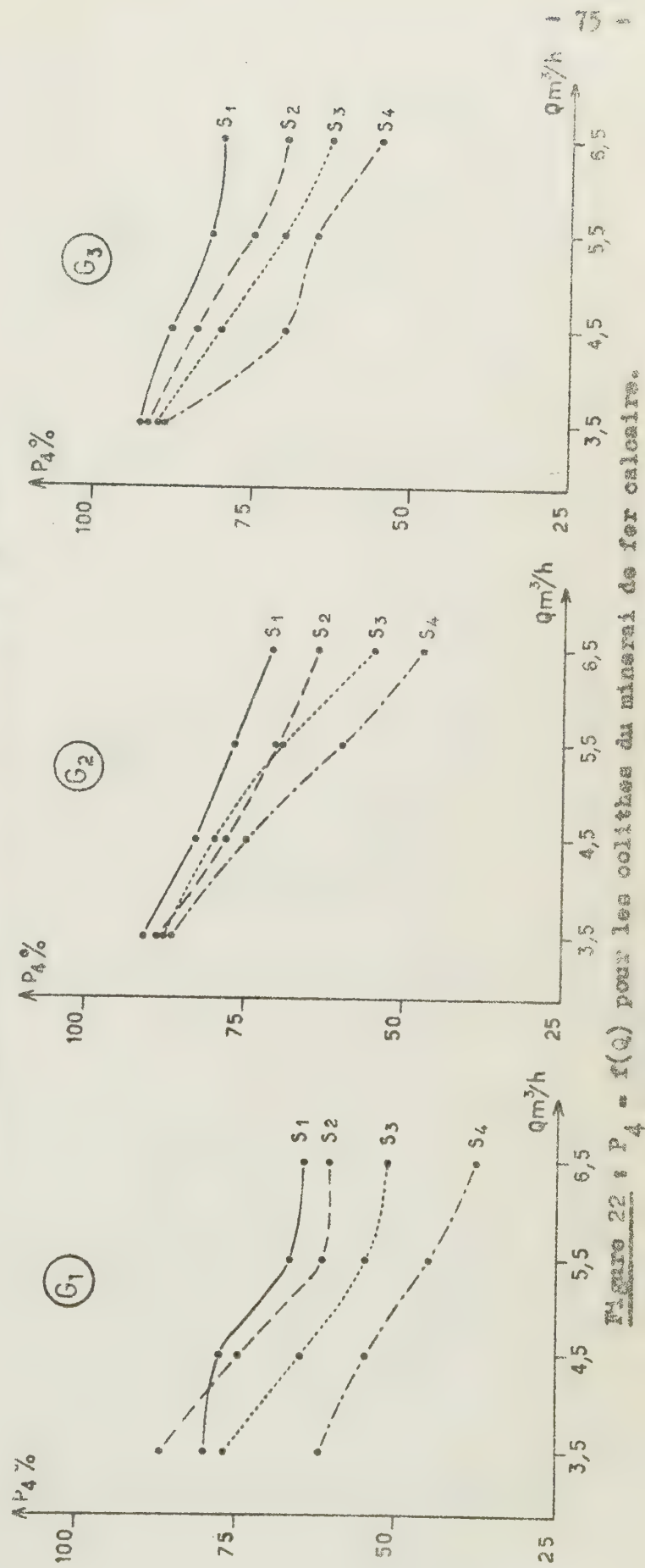


Figure 22 : $P_4 = f(Q)$ pour les colliettes du mineral de fer calcaire.

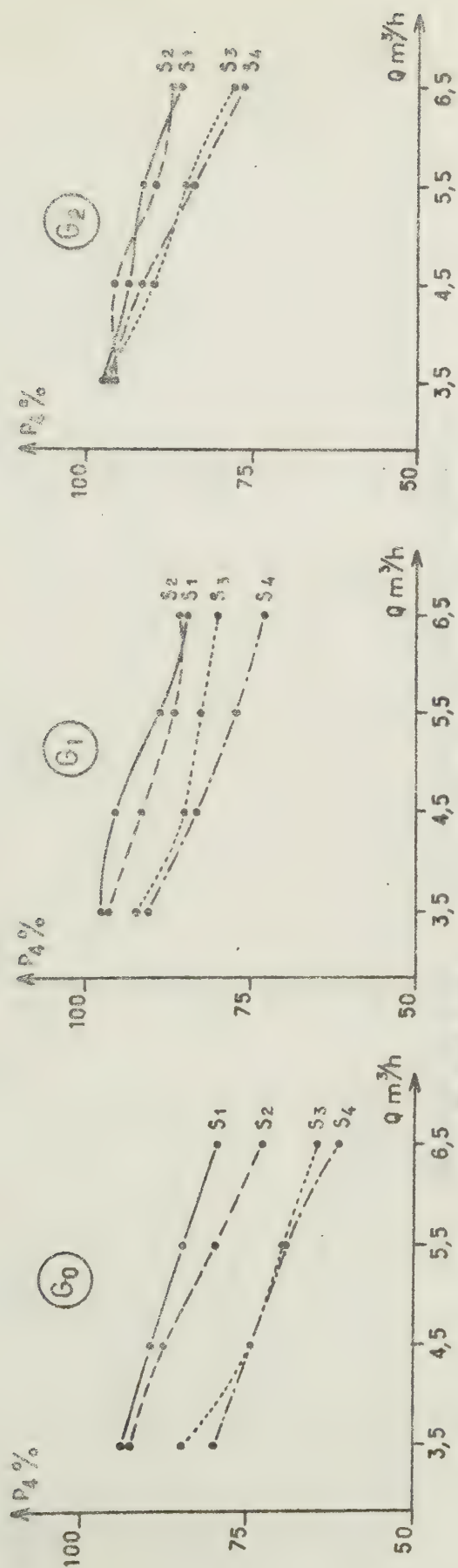


Figure 23 : $P_4 = f(Q)$ pour le aircon d'Antété.

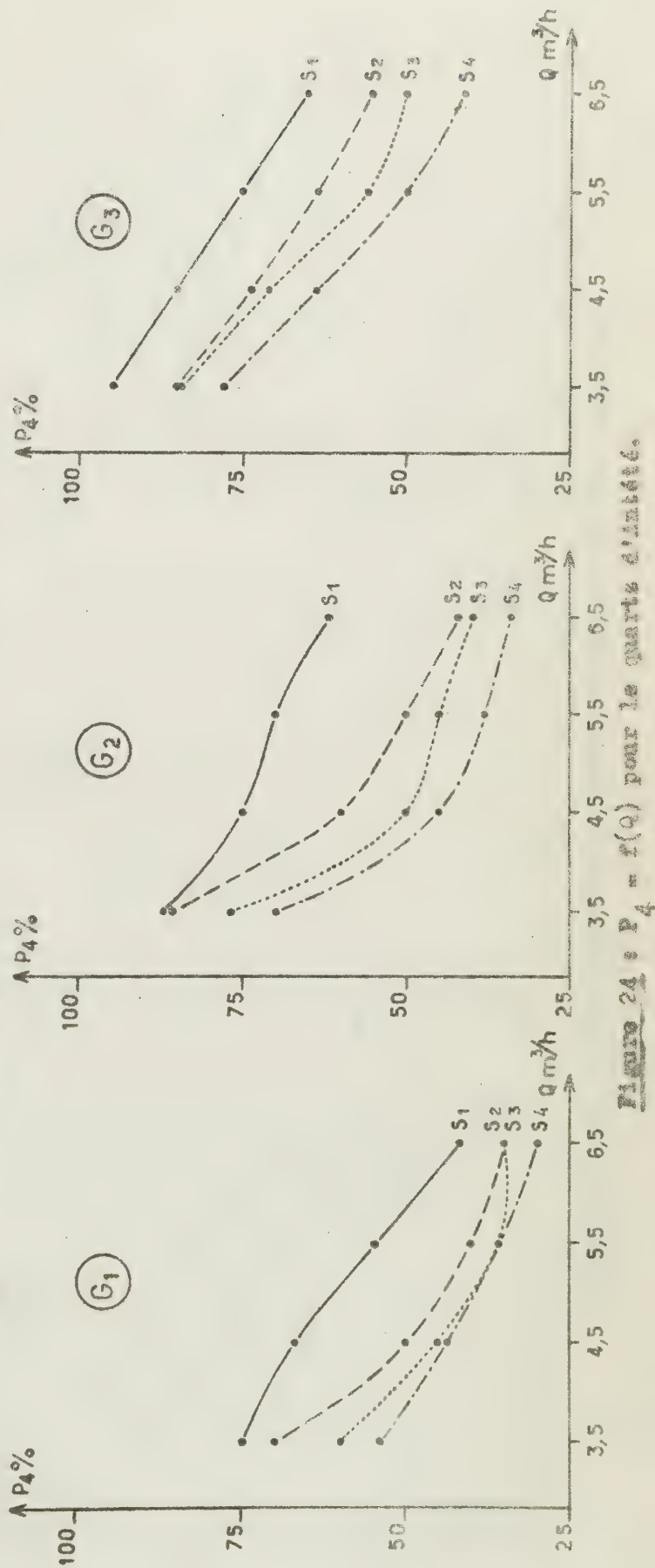


Figure 24 : $P_4 = f(Q)$ pour le quarta d'Antété.

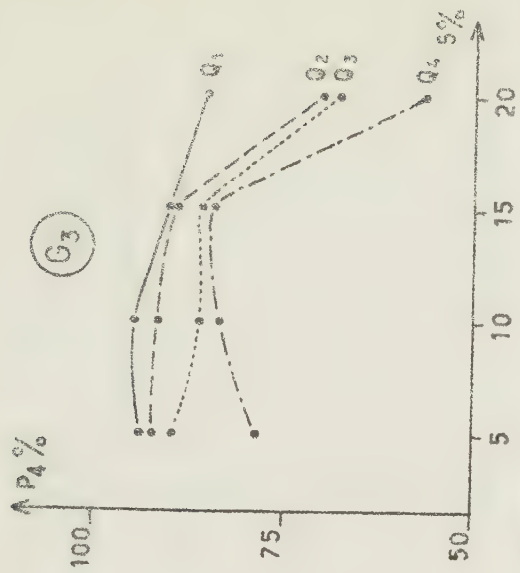
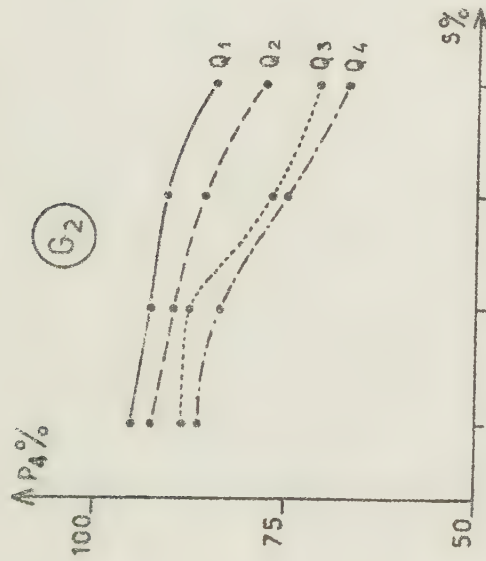
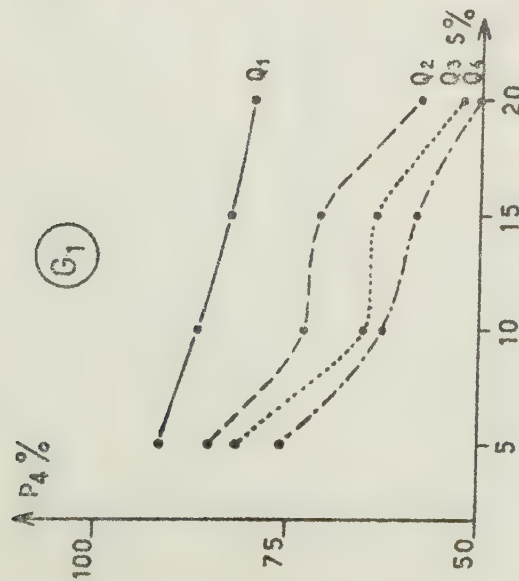


Figure 25 : $P_4 = f(S)$ pour la barytine de Meyrignac.

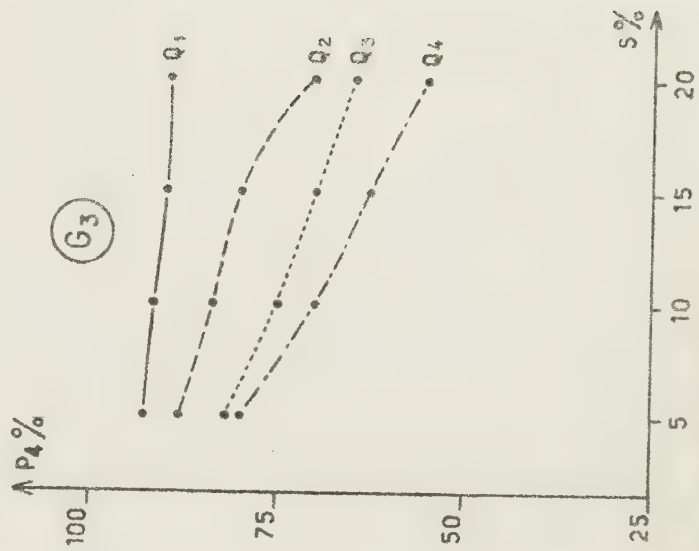
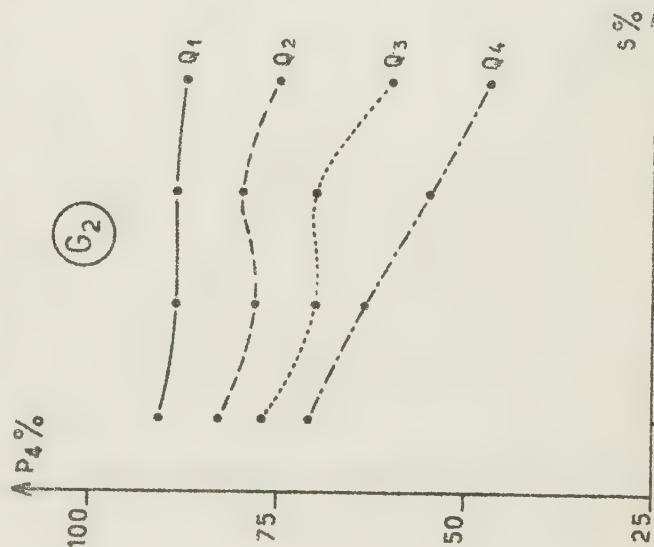
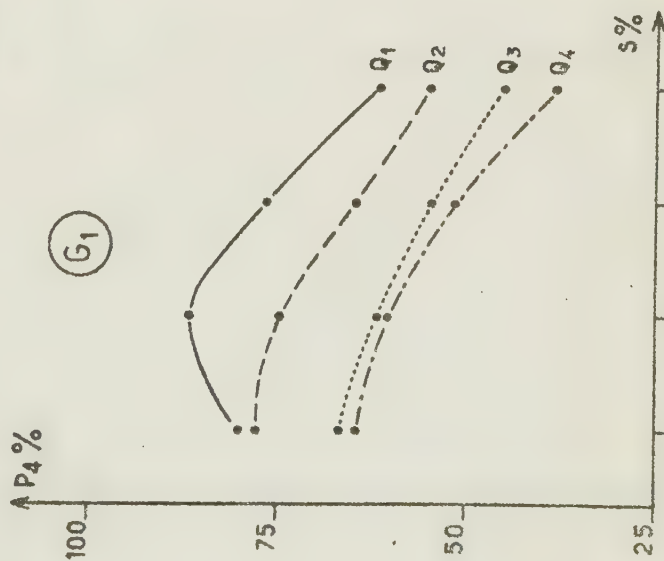


Figure 26 : $P_4 = f(S)$ pour les oolites du minerai de fer calcaire.

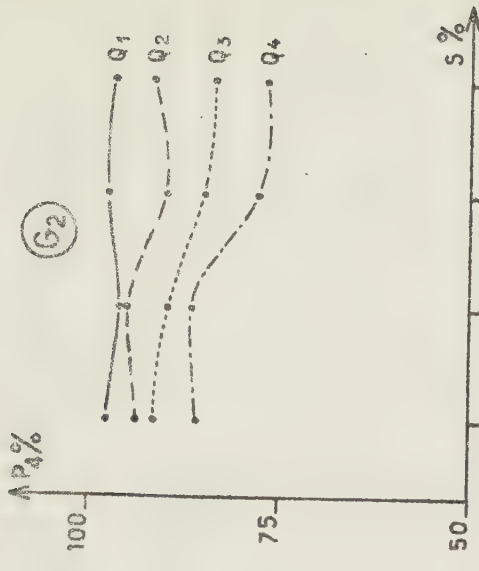
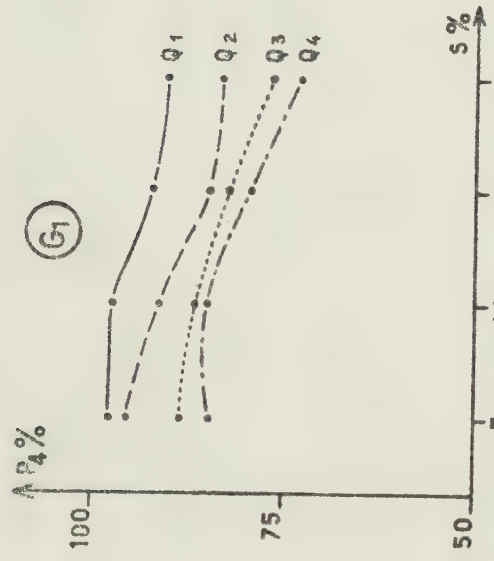
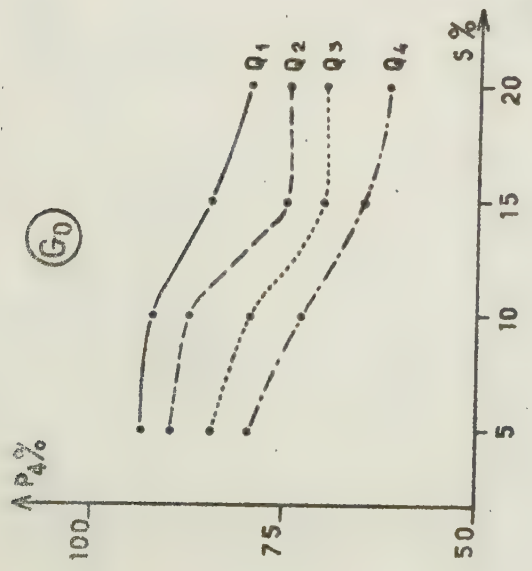


Figure 27 : $P_4 = f(S)$ pour le siroco d'Antété.

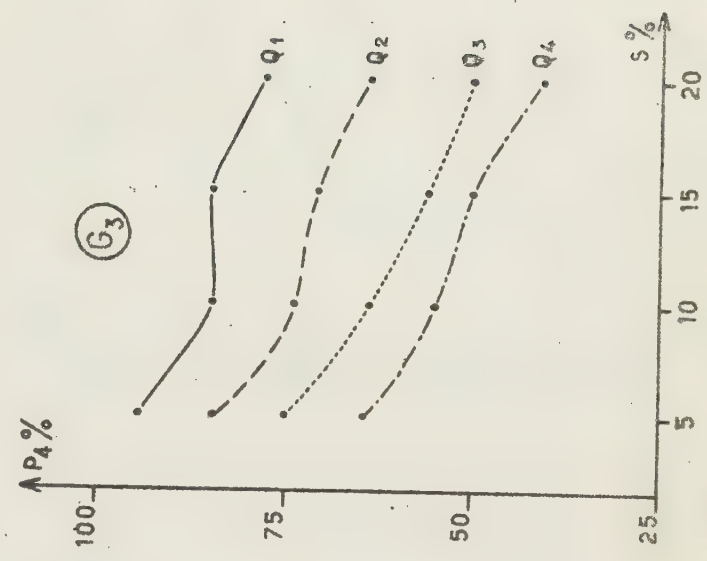
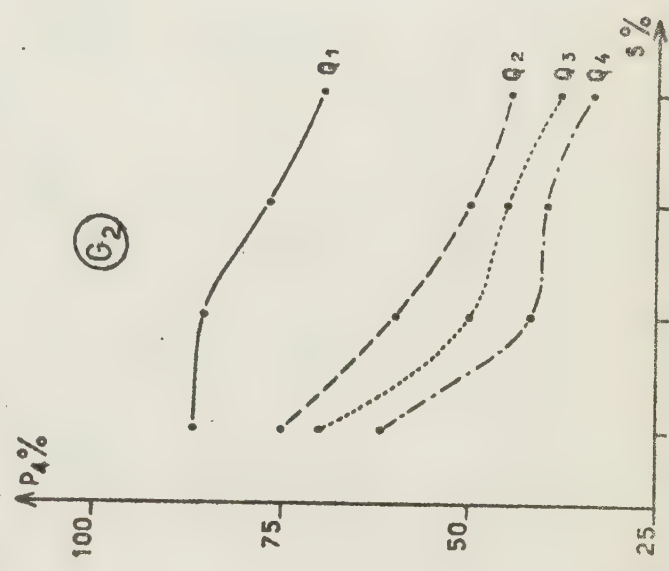
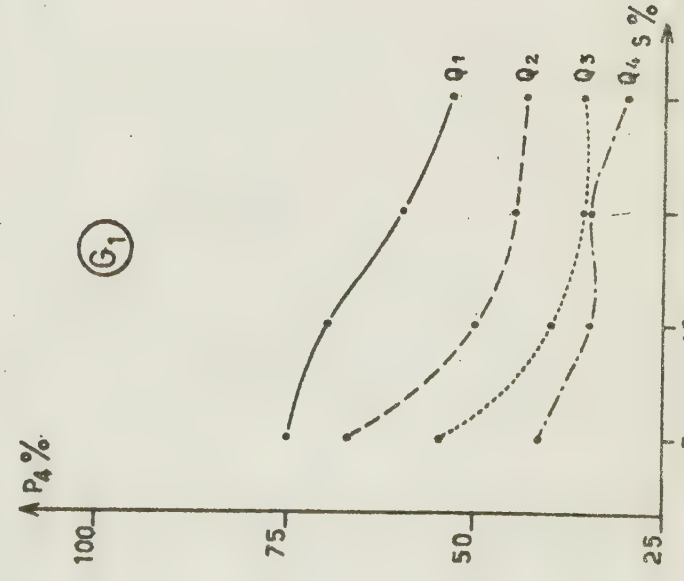
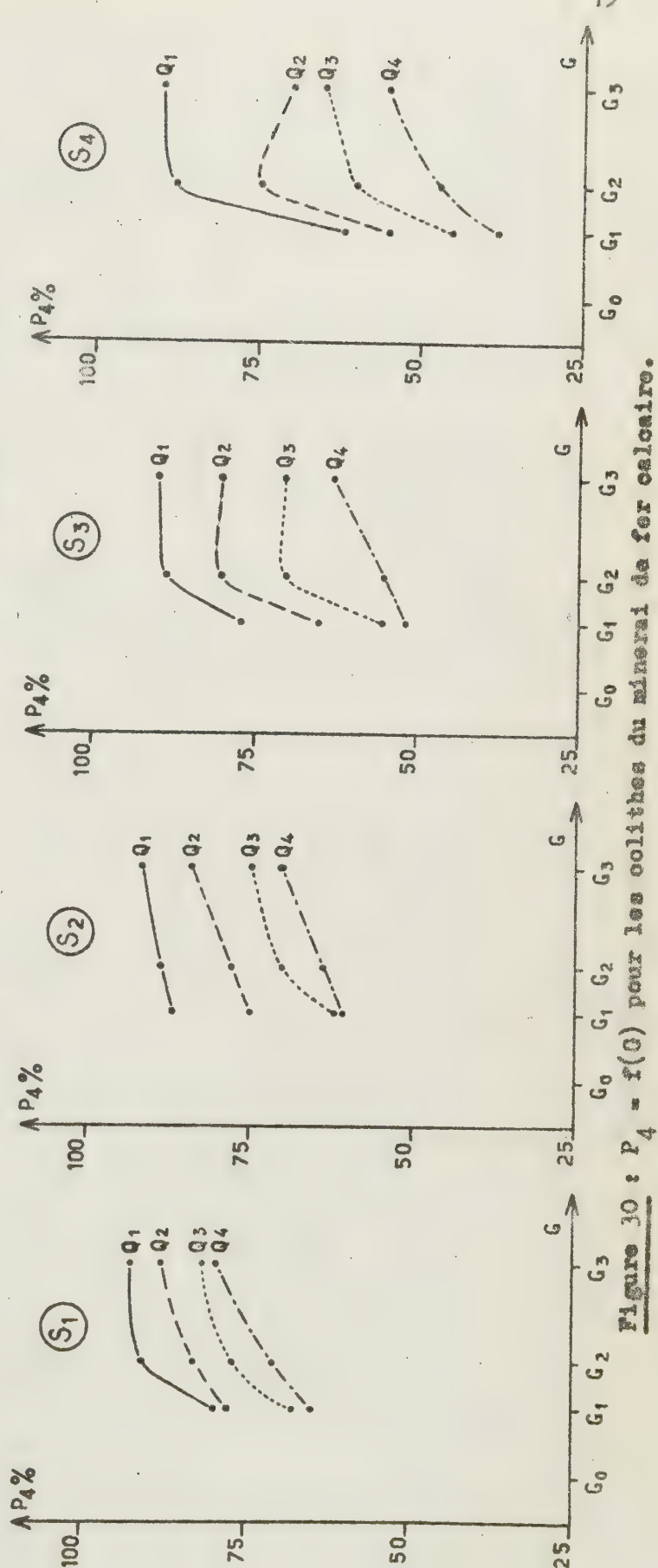
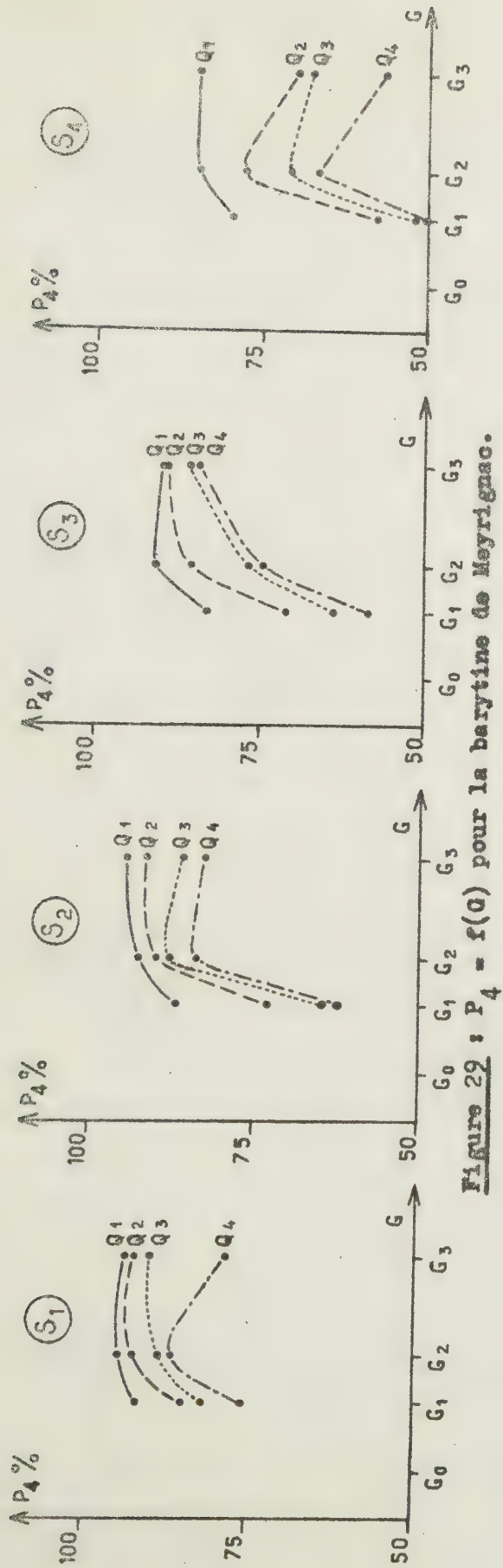


Figure 28 : $P_4 = f(S)$ pour le quartz d'Antété.



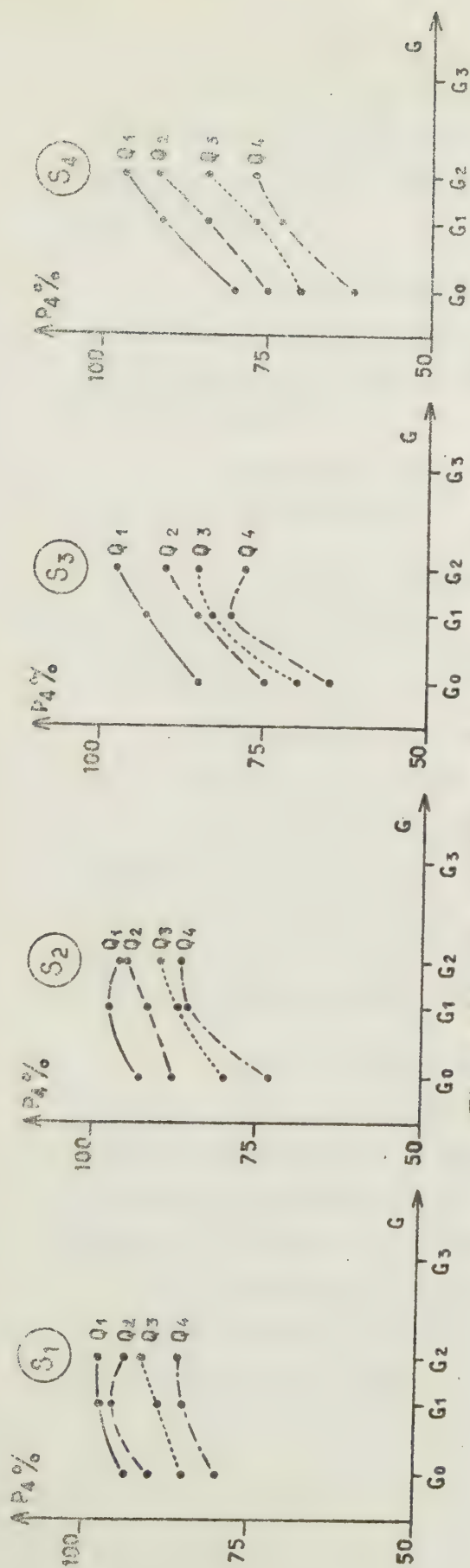


Figure 31 : $P_4 = f(G)$ pour le sirron d'Antété.

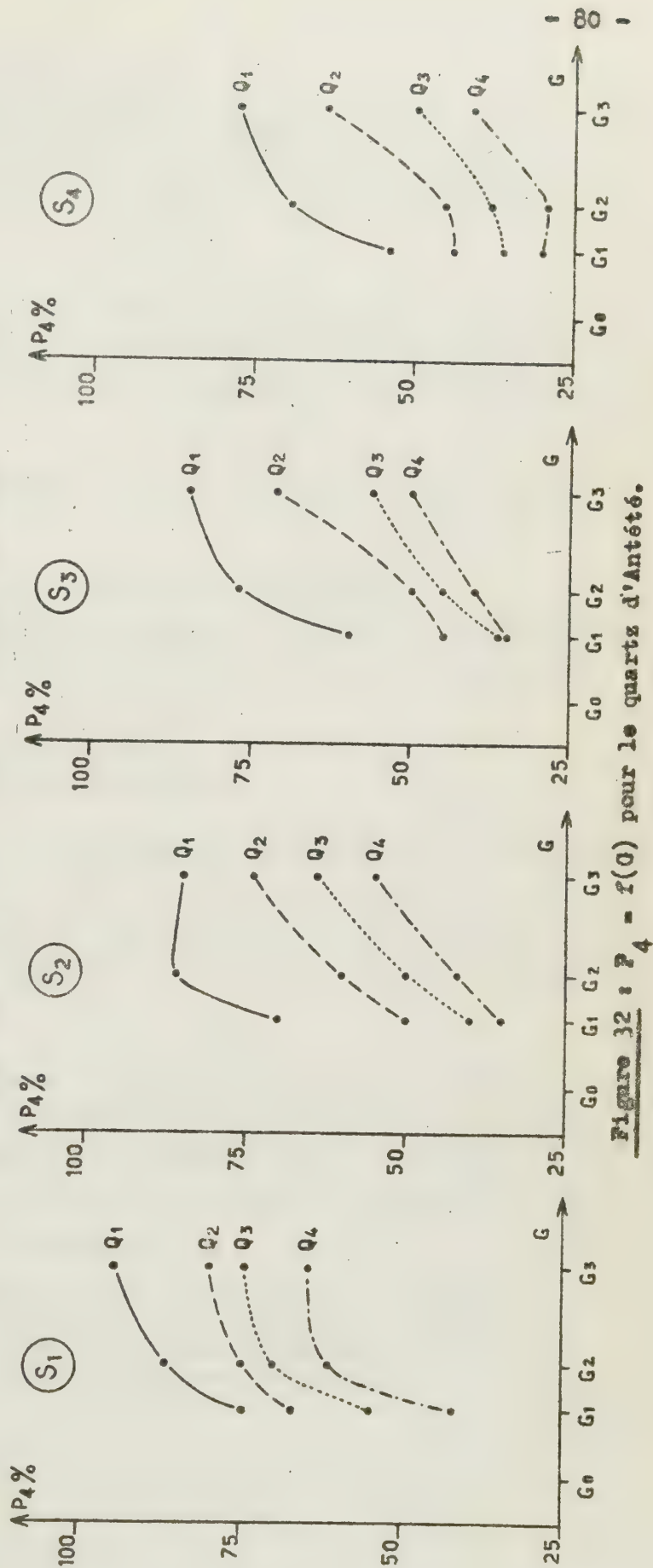


Figure 32 : $P_4 = f(G)$ pour le quartz d'Antété.

D'une manière générale si Q augmente P_4 diminue et ceci souvent d'une façon linéaire. En assimilant les courbes à des droites, on remarque que la pente de ces droites augmente quand S augmente et quand la densité du minéral diminue.

Ainsi la distribution des grains est d'autant plus étalée que le débit est plus fort ; l'influence du débit étant d'autant plus marquée que le minéral a une faible densité et que le pourcentage de solide de la pulpe est plus élevé.

Le facteur granulométrie n'a pas d'influence nettement visible sur l'action du débit.

6-03-02 Influence du pourcentage de solides

En moyenne, lorsque S augmente P_4 diminue, la courbe $P_4 = f(S)$ étant souvent proche d'une droite. Dans ces conditions la pente de la droite :

- augmente légèrement si le débit augmente
- diminue si la granulométrie croît
- augmente si la densité du minéral diminue

Ainsi l'étalement de la distribution des grains est d'autant plus important que le pourcentage de solide de la pulpe est plus élevé. Cette influence du facteur S est accrue par une augmentation de la valeur du débit, mais devient moins importante quand la densité et la granulométrie du minéral envisagé augmentent.

Il peut sembler paradoxal qu'une augmentation de S entraîne une diminution de P_4 . On peut tenter d'expliquer ce phénomène en remarquant qu'une augmentation de S augmente la densité de la pulpe, donc diminue la vitesse de sédimentation de la particule qui reste plus longtemps en suspension et va plus avant dans l'appareil.

6-03-03 Influence de la granulométrie G du minéral

D'une manière générale P_4 diminue lorsque G augmente : la poussée fluide perd son influence au profit de la force de gravité.

Les courbes $(+)P_4 = f(G)$ montrent que cette augmentation des valeurs de P_4 est brutale de G_0 à G_2 puis beaucoup moindre de G_2 à G_3 (le sens d'action de la granulométrie peut même, dans certains cas, être inversé) bien que la raison des tranches soit croissante de G_2 à G_3 .

L'action des autres facteurs sur les variations de P_4 en fonction de la granulométrie est peu précise ; on peut cependant remarquer que si le débit croît, la pente des segments de droite $G_1 G_2$ diminue, du moins pour les minéraux légers.

Ainsi, plus les particules sont grossières, plus elles ont tendance à se diriger rapidement vers l'axe central. L'influence du facteur G qui est forte pour les faibles granulométries, tend à s'atténuer pour les modalités supérieures à G_2 dans le cas de minéraux d'assez forte densité. Cette granulométrie seuil G_2 prend sans aucun doute des valeurs supérieures pour les éléments légers (le quartz par exemple).

6-04-04 Influence du minéral lui-même

La complexité de ce facteur a déjà été abordée au § 1 - 04. Au premier abord une augmentation de la densité du grain employé augmente la valeur de P_4 quelles que soient les valeurs de Q , S et G .

Le tableau suivant résume le sens de variation de P_4 pour un accroissement des quatre facteurs :

Facteurs	$Q \uparrow$	$S \uparrow$	$G \uparrow$	$\delta \uparrow$
P_4	$\downarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$	$\uparrow$

Ainsi avec un minéral donné pour avoir un P_4 élevé on prendra :

- la modalité Q_1 du débit
- la modalité S_1 du pourcentage de solide
- la modalité G_3 de la granulométrie.

(+) - L'axe des abscisses a été gradué en prenant la moyenne géométrique de chacune des tranches.

Ainsi l'abscisse G_1 correspond à 0,175 mm
 " G_2 " 0,245 mm
 " G_3 " 0,395 mm

La tranche G_0 , d'abscisse 0,070 mm représente la fraction 0 - 0,141 mm

7) - MISE EN FORMULE DES RESULTATS

La suite logique d'une analyse de variance, faisant apparaître la très faible valeur des interactions en regard de celle des actions des facteurs, consiste à mettre en équation les résultats.

Donc, si l'on néglige les interactions, les valeurs de P_4 sont données par une équation du type

$$\underline{P_4 = \alpha S + \beta Q + \gamma G + \delta M}$$

où $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sont eux-mêmes des fonctions des facteurs dont ils ne sont pas le coefficient.

De manière à traduire les résultats par une formule mathématique, il faut déterminer les valeurs de ces coefficients en fonction des facteurs d'hétérogénéité. Il faut bien remarquer que cette démarche ne donne lieu à aucune conclusion supplémentaire et qu'il ne s'agit là que de résumer ce qui a été trouvé.

On procède donc de la manière suivante : à l'intérieur de chaque granulométrie de chaque minéral, on exprime la relation liant P_4 au pourcentage de solide S pour différentes valeurs du débit Q . La liaison $P_4 = f(S)$ est sensiblement linéaire et les techniques classiques d'ajustement donnent :

$$P_4 = a(Q) S + b(Q)$$

Dans le stade suivant on exprime a et b en fonction de Q . Dans tous les cas on a :

$$\begin{aligned} a(Q) &= a' Q^2 + a'' Q + a''' \text{ fonction parabolique} \\ \text{et } b(Q) &= b' Q + b'' \text{ fonction linéaire} \end{aligned}$$

à ce stade la liaison $P_4 = f(Q, S)$ est de la forme

$$P_4 = (a Q^2 + b Q + c) S + d Q + e$$

où a, b, c, d et e sont des fonctions de la granulométrie G et du minéral. Dans tous les cas ces fonctions sont de forme parabolique.

Les coefficients a, b, c, d et e exprimés en fonction de G , il reste à introduire le facteur minéral dans les valeurs paraboliques trouvées pour les coefficients. On se heurte ici à un problème très délicat qui sera traité dans le § suivant : un minéral ne peut être caractérisé par un paramètre simple.

Pour chacun des minéraux étudiés la formule résumant les essais est alors la suivante

$$P_4 = \left[(a G^2 + b G + c) Q^2 + (d G^2 + e G + f) Q + g G^2 + h G + i \right] S \\ + (f G^2 + K G + l) Q + m G^2 + n G + Cste$$

Le tableau 12 donne les valeurs des coefficients a, b, c ... pour les trois minéraux

Tableau 12

Valeurs des coefficients a, b, c ... n.

Minéral Coeff.	BARYTINE	OOLITHES	QUARTZ
a	+ 0,000 008 748 92	+ 0,000 005 896 97	- 0,000 008 118 90
b	- 0,005 245 974	- 0,003 076 727	+ 0,004 634 598
c	+ 0,795 109 8	+ 0,352 832 5	- 0,503 353 7
d	- 0,000 086 575 75	- 0,000 045 577 48	+ 0,000 096 062 77
e	+ 0,052 161 81	+ 0,022 428 25	- 0,055 893 50
f	- 8,076 935	- 2,559 134	+ 6,383 741
g	+ 0,000 187 086 58	+ 0,000 042 969 69	- 0,000 241 528 10
h	- 0,113 062 07	- 0,012 947 27	+ 0,142 884 67
i	+ 17,426 337	+ 0,380 825 4	- 17,565 018
j	- 0,000 236 623 3	+ 0,000 025 714 3	- 0,000 075 454 5
k	+ 0,145 238 96	- 0,006 657 142	+ 0,050 690 9
l	- 23,920 22	- 6,462 50	- 18,040 113
m	+ 0,000 527 835 4	- 0,000 308 441 5	- 0,000 268 311 6
n	- 0,304 548	+ 0,183 402 59	+ 0,210 119 4
Cste	+ 147,370 94	+ 86,170 56	+ 85,686 13

Le tableau 13 donne les différentes valeurs de P_4 calculées à partir de la relation numérique trouvée.

Valeurs de P_4 obtenues par la formule

		$Q_1 = 3,5 \text{ m}^3/\text{h}$				$Q_2 = 4,5 \text{ m}^3/\text{h}$				$Q_3 = 5,5 \text{ m}^3/\text{h}$				$Q_4 = 6,5 \text{ m}^3/\text{h}$			
		S_1	S_2	S_3	S_4	S_1	S_2	S_3	S_4	S_1	S_2	S_3	S_4	S_1	S_2	S_3	S_4
M_1	G_1	70	66	61	58	58	54	50	46	49	44	41	38	38	35	33	31
	G_2	82	79	75	72	70	65	59	54	59	53	48	42	50	45	40	35
	G_3	90	87	85	82	79	75	71	67	69	64	60	56	59	55	50	46
M_2	G_1	81	77	74	70	74	70	66	62	67	62	58	53	59	55	50	45
	G_2	89	89	88	88	82	81	79	78	74	71	69	66	66	61	56	52
	G_3	92	91	90	89	85	82	80	77	79	75	71	67	73	69	64	60
M_3	G_1	88	86	83	81	80	75	71	66	73	68	63	58	68	64	59	55
	G_2	94	92	90	88	90	87	85	82	87	83	80	76	84	80	76	72
	G_3	95	93	91	89	90	87	84	80	86	82	78	75	83	80	76	73

Afin de comparer les résultats calculés aux résultats expérimentaux, il faut tester l'identité statistique des 2 populations obtenues :

- par l'expérience,
- par la formule,

ceci revient donc à tester l'identité de leur variance et celle de leur moyenne.

Auparavant il faut s'assurer que, comme la population obtenue par expérience, celle obtenue par la formule est normale ; on emploie la même méthode que précédemment : en appelant A le nombre de P_4 cumulé inférieur ou égal au P_4 donné, on obtient le tableau suivant.

P ₄	A	A %
35	4	2,8
40	7	4,8
45	12	7,1
50	20	13,8
55	28	19,4
60	41	28,4
65	50	34,7
70	67	46,5
75	84	58,3
80	101	70,1
85	118	81,9
90	137	95,1
95	144	100,0

La courbe des fréquences cumulées de la figure 33 étant sensiblement une droite en ordonnée galtonienne, on est en droit de considérer que la "population - formule" est normale (+).

Les caractéristiques des deux populations à comparer se résument ainsi :

	Population P ₁ obtenue par formule	Population P ₂ obtenue par expérience
Nombre de termes	n ₁ = 144	n ₂ = 144
Variance	V ₁ = 239,35	V ₂ = 290,02
Somme quadratique	S ₁ = 34 226,9442	S ₂ = 41 472,4375
Moyenne	m ₁ = 69,9792	m ₂ = 70,0625

(+) - Toutes les populations rencontrées jusqu'ici sont apparues normales. Or, en général, une population normale est due à l'intervention d'un grand nombre de facteurs indépendants, intervenant de façon additive et dont chacun a une influence très faible (27). Ce n'est apparemment pas le cas ici puisque les facteurs sont peu nombreux (M-Q-G et S) et ont une grande influence. On peut alors tenter d'expliquer les normalités constatées de la manière suivante ; le facteur minéral M, qui est le plus influent, peut être considéré comme la somme de plusieurs autres (forme - densité - mouillabilité - frottement - porosité ...) ayant chacun une influence moindre que celle de M, donc voisine de celles de Q, G et S.

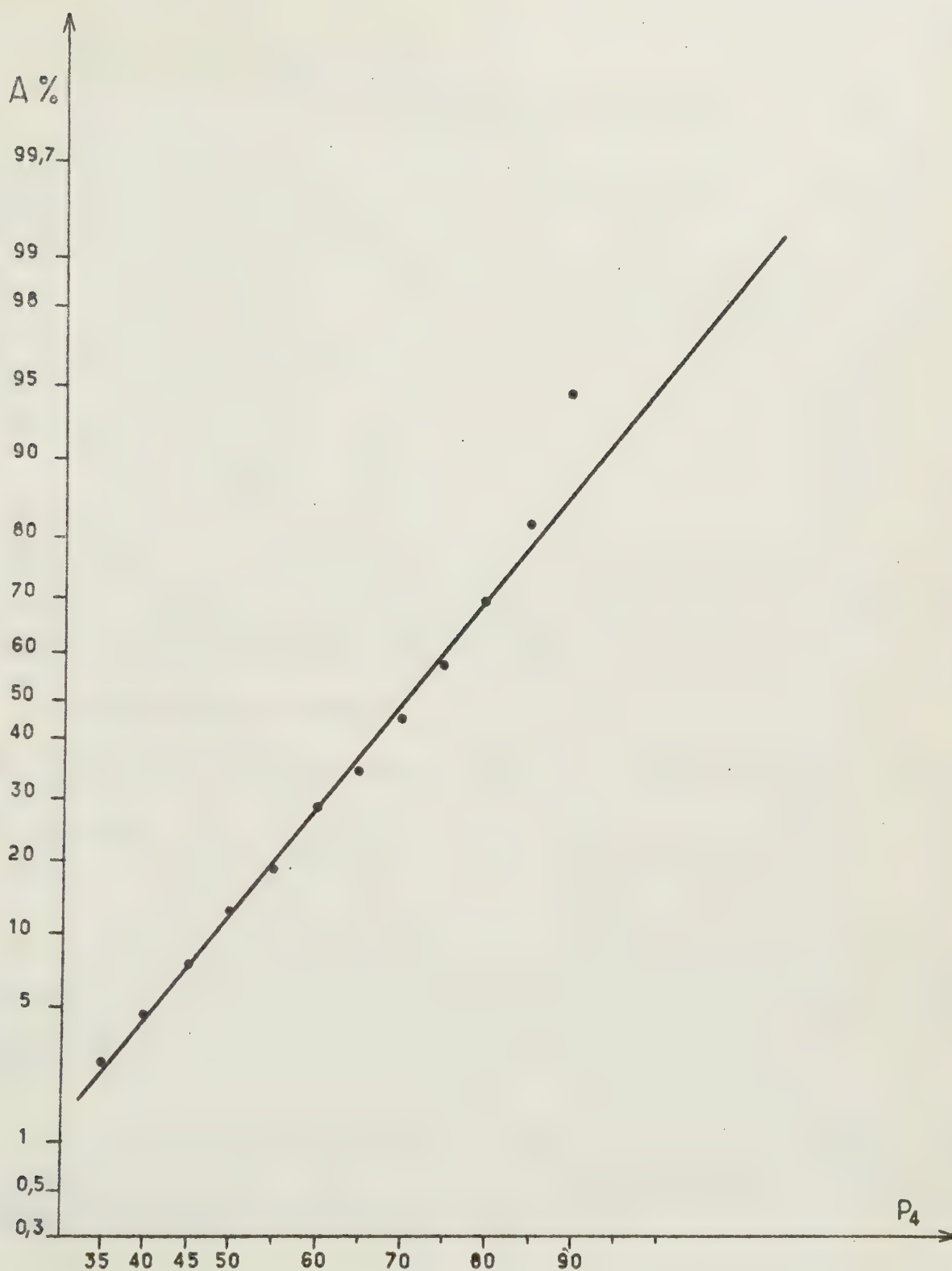


Figure 33 : Fréquences cumulées des valeurs de P_4 obtenues par la formule - Anamorphose galtonienne.

- Comparaison des variances

- 88 -

La variance commune est

$$V = \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2} = 264,6831$$

L'intervalle de probabilité pour $\sigma'_1 - \sigma'_2$ (différence des écarts types) est donné, au seuil de $\alpha = 5\%$ par

$$\pm t_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2 n_1} + \frac{\sigma^2}{2 n_2}} \quad \text{où } \sigma \text{ est l'écart type moyen}$$

On obtient donc ici un intervalle $\pm 2,646$

$$\text{or } \sigma'_1 = \sqrt{239,35} = 15,47$$

$$\sigma'_2 = \sqrt{290,02} = 17,03$$

donc $\sigma'_1 - \sigma'_2 = -1,56$ qui tombe à l'intérieur de l'intervalle $(-2,646, +2,646)$. Il en résulte que, au seuil $\alpha = 5\%$, rien ne s'oppose à ce que l'on admette l'égalité des variances.

- Comparaison des moyennes

$V = \frac{S_1 + S_2}{n_1 + n_2 - 2} = 264,6831$ étant toujours la variance commune, on considère

la variable : $t = \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{\frac{V}{n_1} + \frac{V}{n_2}}} = 0,044$ qui suit la loi de Student - Fischer

Pour un seuil de probabilité de 5% avec un nombre de degrés de liberté de $n_1 + n_2 - 2 = 286$, la loi de Student - Fisher donne un intervalle de probabilité $(-1,97, +1,97)$; la variable t étant dans cet intervalle la différence des moyennes n'est pas significative.

Ainsi, rien ne s'oppose à ce que l'on considère les deux populations comme identiques, donc à ce que la formule représente, de façon satisfaisante, l'ensemble des résultats expérimentaux.

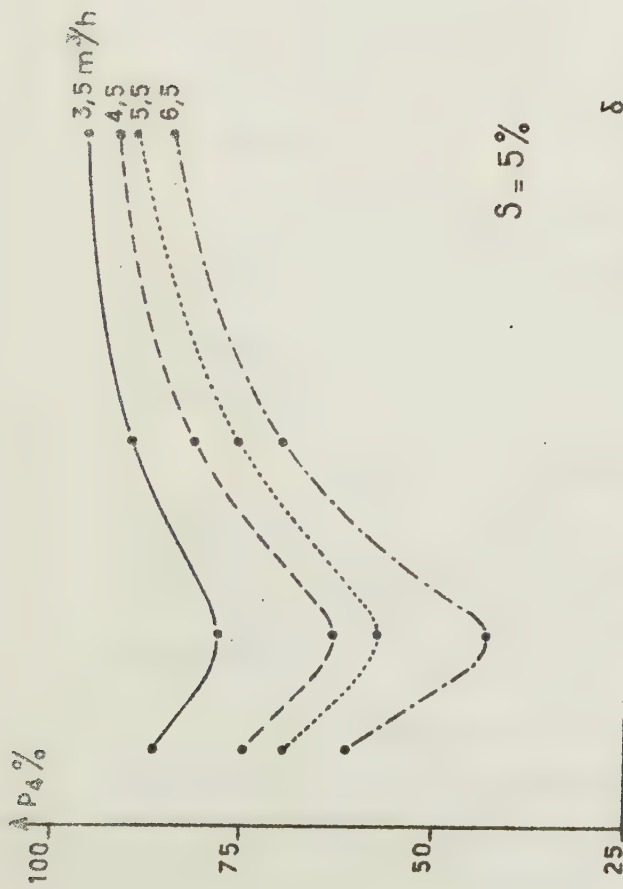
Jusqu'ici il n'a pas été possible de chiffrer ce facteur. Ceci a d'ailleurs empêché de donner une forme définitive à la formule résumant les résultats.

Dans les opérations classiques de traitement gravimétrique on caractérise généralement un minéral par sa seule densité. A l'aide du tableau 14 on peut tracer les courbes (figure 34) représentant la fonction $P_4 = f(\text{densité } \delta \text{ du minéral})$ ceci pour des produits de granulométrie 0,210 - 0,280mm et pour différentes valeurs du débit et du pourcentage solide.

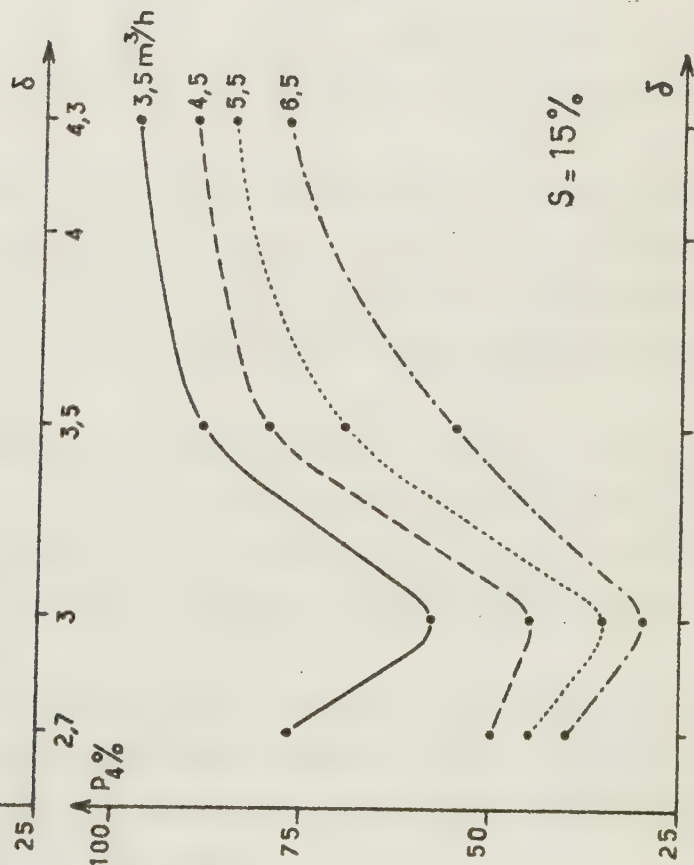
Tableau 14

Valeurs de P_4 pour la granulométrie 0,210 - 0,280 mm

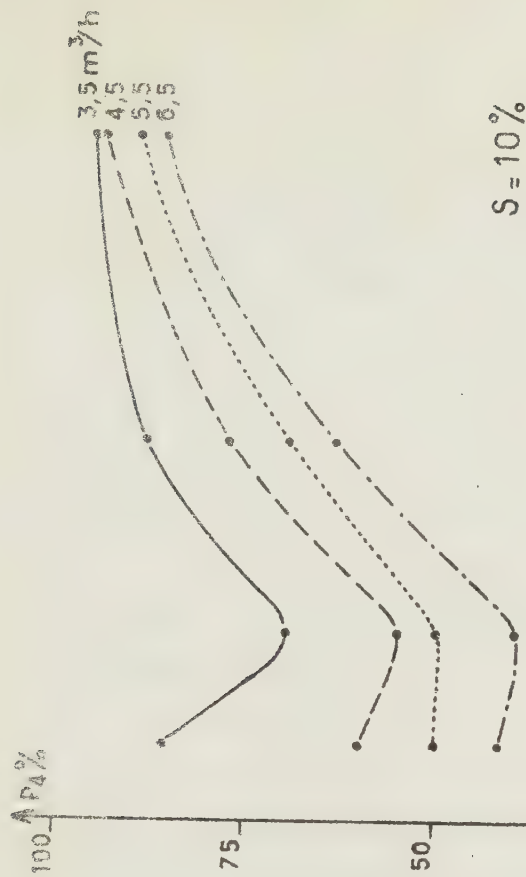
S %	Q m ³ /h	Quartz $\delta = 2,7$	Stériles $\delta = 3$	Oolithes $\delta = 3,5$	Barytine $\delta = 4,3$
5 %	3,5	87	79	91	98
	4,5	75	64	83	94
	5,5	70	58	77	92
	6,5	62	44	71	86
10 %	3,5	86	70	89	96
	4,5	60	55	78	96
	5,5	50	50	70	90
	6,5	42	40	64	87
15 %	3,5	77	58	89	98
	4,5	50	45	80	90
	5,5	45	35	70	85
	6,5	40	30	55	78
20 %	3,5	70	52	88	97
	4,5	45	40	75	92
	5,5	38	34	60	84
	6,5	34	30	47	77



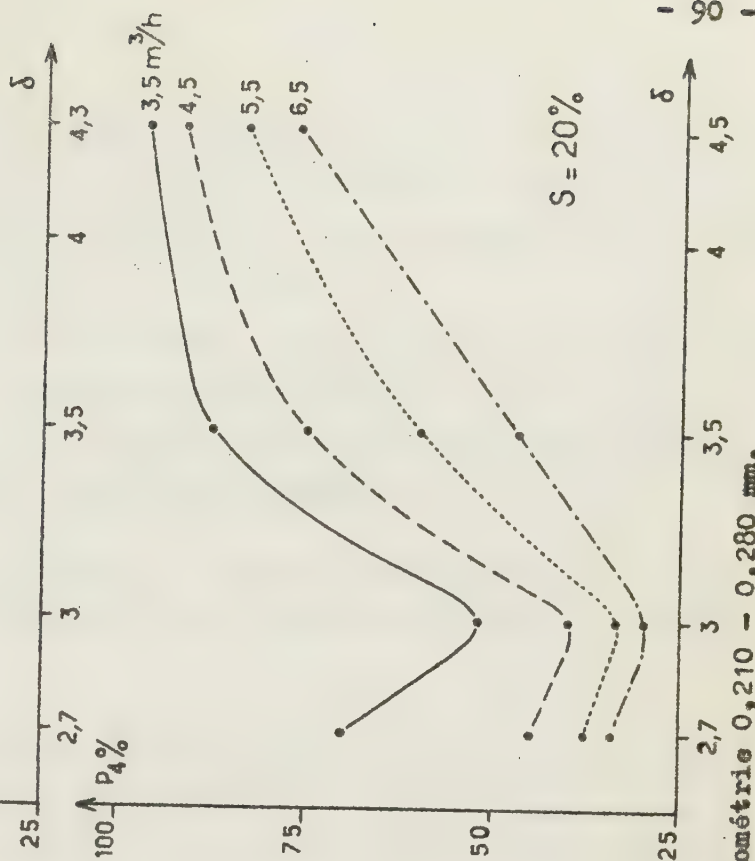
$S = 5\%$



$S = 15\%$



$S = 10\%$



$S = 20\%$

Figure 34 : $P_4 = f(\delta)$ pour la granulométrie 0,210 - 0,280 mm.

Les courbes obtenues font apparaître un minimum de la valeur de P_4 pour les minéraux de densité 3 (Stériles de minerai de fer), alors qu'à priori, on aurait pu logiquement s'attendre à une croissance constante de P_4 avec l'augmentation de la densité δ du minéral.

Le minimum obtenu est nettement marqué et, même en tenant compte des erreurs de mesure, sa présence constante quels que soient le débit et le pourcentage de solide, oblige à supposer que la densité n'est pas seule en cause dans le comportement intrinsèque du minéral.

Si on examine le phénomène de descente de la pulpe dans la spirale, il apparaît que le minéral intervient par les diverses caractéristiques suivantes :

- sa densité
- sa forme en tant que caractéristique dans un écoulement fluide
- son coefficient de frottement sur le fond d'une part et sur les grains environnants d'autre part ; ce coefficient dépend de l'état physique de la surface, donc de la forme.
- sa porosité qui peut faire varier sa densité
- sa mouillabilité qui, si elle est faible, change sa densité ; voire même, pour les granulométries étudiées, une attirance vers la surface du film d'eau.

De manière à montrer que la densité du minéral n'est pas seule en cause dans la répartition des grains le long de la coquille, on compare les valeurs obtenues avec du zircon d'Antété et de la barytine de Meyrignac qui ont même densité (4,3) mais une forme et un état physique des surfaces différents.

A l'aide des tableaux 5 et 6 du § 4 on peut tracer, pour les granulométries 0,141 - 0,210 mm et 0,210 - 0,280 mm, les courbes donnant les valeurs de la différence P_4 zircon - P_4 barytine ($P_{4Z} - P_{4B}$) en fonction des valeurs du pourcentage de solide S suivant les différents débits d'alimentation (figure 35).

On constate que, bien que les deux minéraux aient même densité, les valeurs de leur P_4 sont bien différentes même en tenant compte des erreurs expérimentales. Donc un ou plusieurs facteurs, autres que la densité, interviennent dans la répartition des grains.

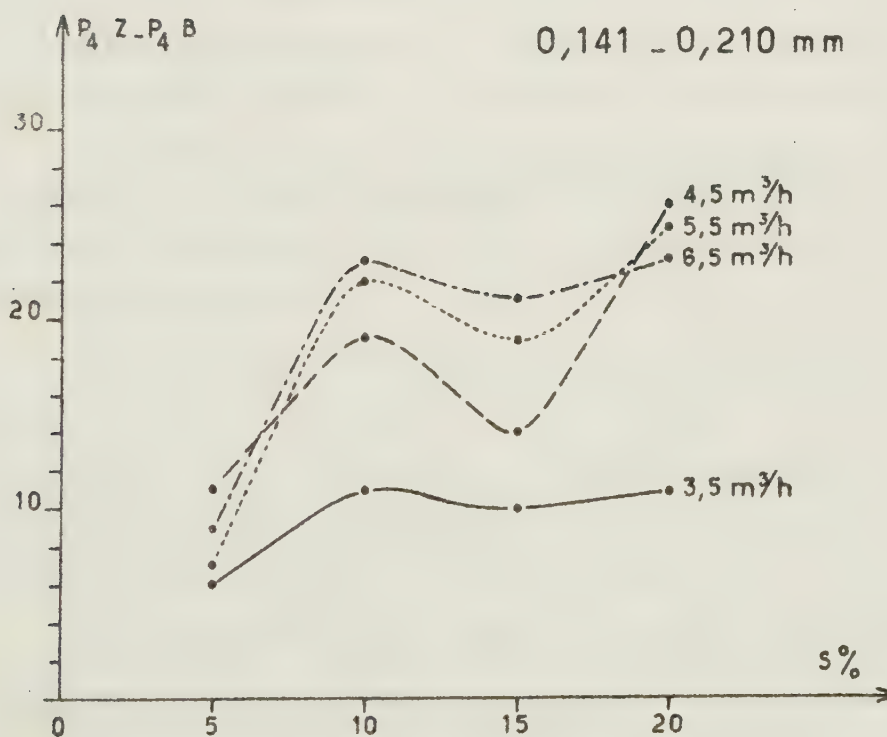
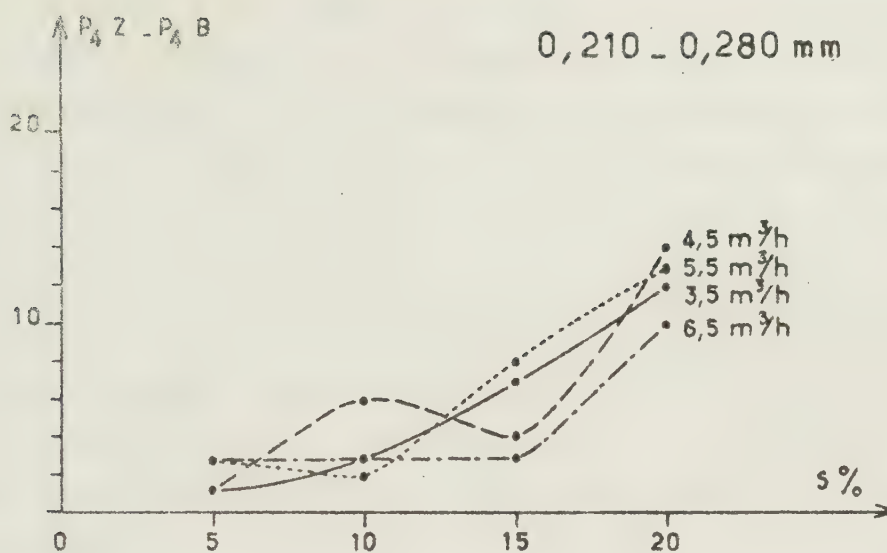


Figure 35 : P_4 zircon - P_4 barytine = $f(s)$ pour différentes valeurs du débit et de la granulométrie.

Dans ce cas précis, les différences de comportement ne paraissent devoir être attribuées ni à la porosité, qui pour les deux minéraux est pratiquement nulle, ni à la mouillabilité qui semble parfaite. Il serait plus logique de penser que seraient ici en cause la différence de forme et les irrégularités de la surface des grains. Comme il a déjà été signalé, et ceci est très net dans le cas des deux minéraux envisagés, les grains arrivent très vite (un demi tour de spire) le long du bord interne de la coquille, zone où l'écoulement du fluide proprement dit est assez réduit, donc zone où la poussée hydraulique est faible. Ceci permet alors de supposer que le minéral intervient, non pas par sa forme (coefficient hydraulique de forme) mais plutôt par le frottement qu'il exerce sur le fond et sur les grains voisins.

La différence remarquée entre le comportement du zircon et celui de la barytine se comprend alors assez bien : le zircon, qui est très voisin d'une sphère, s'écoule beaucoup plus facilement sur le fond que la barytine qui est parallélépipédique et présente des faces planes. Pour ce qui est du frottement entre grains, il en est de même puisque le zircon arrondi présente aux grains voisins une surface de contact moindre.

Il ressort de ceci que le facteur "frottement" est assez important pour justifier entre deux minéraux, de même densité et de forme, somme toute assez voisine, une nette différence de comportement lors de l'écoulement de la pulpe dans la coquille.

Les courbes de la figure 35 permettent de dire que la différence $P_{4Z} - P_{4B}$

- augmente quand le pourcentage de solide S augmente
 - diminue quand la granulométrie du produit augmente
- l'influence du débit n'étant pas nette du tout.

On peut tenter d'expliquer ces variations de la manière suivante :

- Influence du pourcentage de solide S

A débit et granulométrie constants, si S augmente, le nombre de grains dans la pulpe augmente, donc les frottements des grains entre eux sont plus fréquents. Cette force de freinage diminue donc l'action du courant fluide proportionnellement aux frottements intrinsèques des grains et la différence entre le trajet des deux minéraux augmente d'autant.

Remarque : pour la granulométrie inférieure à 0,210 mm du moins, les courbes font apparaître un palier pour les valeurs de $(P_{4Z} - P_{4B})$; à partir d'une certaine valeur de S, variable avec le débit, une augmentation du pourcentage de solide ne donne qu'une faible augmentation de $(P_{4Z} - P_{4B})$. Il y aurait donc un maximum de l'influence du frottement, maximum qui interviendrait quand l'écoulement n'est dû qu'à l'entraînement des couches supérieures de la bande solide qui glisse alors sur la couche des grains en contact avec la coquille, ne faisant intervenir alors que le frottement des grains entre eux.

- Influence de la granulométrie

A débit et pourcentage de solide constants, plus la granulométrie est fine, plus le nombre de grains dans un litre de pulpe est grand, donc plus l'action des frottements est importante ; d'où la différence de comportement.

Pour caractériser complètement un minéral dans des expériences telles que celles qui ont été faites, on se trouve en présence de 5 critères :

- la mouillabilité
- la porosité
- la forme
- le coefficient de frottement des grains
- la densité

les deux derniers étant les plus importants.

Pour terminer la mise en équation des résultats et connaître parfaitement les influences des facteurs, il faudrait connaître pour chaque élément employé : la valeur à attribuer aux critères et surtout leur mode de combinaison les uns aux autres.

. la densité. C'est évidemment le paramètre le plus facile à déterminer et il est obtenu facilement et avec une assez bonne précision.

. la mouillabilité. Elle n'est guère mesurable mais, dans les cas envisagés, elle ne paraît pas jouer un grand rôle car les minéraux traités étaient tous mouillables.

. la porosité. Dans les essais effectués, ce facteur est en majeure partie contenu dans la densité puisque la méthode même de mesure de densité (par immersion dans l'eau) tient compte de la porosité ne donnant ainsi que la densité apparente.

. la forme. Du point de vue hydraulique, le problème de la détermination d'un coefficient de forme est très délicat quelle que soit la définition que l'on donne à ce coefficient

- si l'on prend $\Psi = \frac{S}{S}$ où s est la surface de la sphère qui a même volume que la particule de surface S, le point délicat est de déterminer S car les minéraux ont très souvent des angles rentrants qui rendent toutes les mesures inexactes (il faudrait faire appel à une mesure de perméabilité, mais on serait alors gêné par la porosité).

- si l'on prend $\Psi = 4,87 \cdot \frac{V^{2/3}}{\xi}$ où V et ξ sont le volume et la surface de la particule, les mêmes difficultés se présentent. REBOUX (+) donne une méthode expérimentale de détermination de Ψ , mais il faut dire que c'est une opération très délicate donnant des résultats très dispersés. Son application a donné comme valeur du coefficient de forme :

pour le quartz d'Antété Ψ voisin de 0,98

pour les oolithes Ψ voisin de 0,78

pour la barytine de Meyrignac Ψ voisin de 0,75

Un calcul théorique, basé sur une estimation simple de la configuration géométrique des minéraux, a donné pour chacun respectivement $\Psi = 1$, $\Psi = 0,69$ et $\Psi = 0,73$, affectant ainsi aux oolithes un coefficient inférieur à celui de la barytine.

Quoiqu'il en soit, l'obtention des valeurs, mêmes exactes de , est peu intéressante puisque ce coefficient joint à la densité ne suffit pas à matérialiser le comportement du minéral : il faut y ajouter le facteur frottement qui est, lui, indéterminable directement puisqu'exigeant une connaissance parfaite de la surface de la coquille et de la surface de chaque grain.

Conclusion

Dans l'état actuel des choses, il est impossible de caractériser un minéral par un nombre. Il est apparu que deux paramètres semblaient prédominants : la densité et le coefficient de frottement des grains. Ce dernier critère n'est pas net et englobe une partie des autres critères définis

(+) : voir Annexe

précédemment et notamment du coefficient de forme. L'importance relative de ces deux paramètres n'a pas été mise en évidence, mais il est logique d'admettre que la densité est d'assez loin la plus importante.

De toute manière, même en possession des valeurs de ces deux paramètres, il resterait à savoir comment les combiner pour être amené à un coefficient caractéristique du minéral.

9) - CONCLUSIONS

Ce chapitre a permis de mettre en évidence les grandes lignes de l'action des divers facteurs liés à la pulpe, sur le comportement des grains lors de leur descente dans la spirale Humphreys ; et ceci est en accord avec les conclusions tirées de l'étude théorique du mouvement.

Il a tout d'abord montré que la plus ou moins grande aptitude des minéraux à se diriger vers l'axe central de l'appareil, pouvait être caractérisé par un seul paramètre P_4 = le pourcentage poids cumulé au trou numéro 4, tel que plus P_4 est élevé, plus les grains ont tendance à aller vers l'axe, donc plus l'étalement de la bande de solide est réduit.

L'analyse de variance, effectuée sur 3 minéraux de densité, forme et granulométrie différentes, avec des débits et des pourcentages de solide de pulpe variables, a fait apparaître le très haut degré de significativité de ces quatre facteurs et la faiblesse de leurs interactions. Par comparaison des variances des divers facteurs on a pu les classer par influence décroissante dans l'ordre suivant :

- nature M du minéral
- débit Q d'alimentation
- granulométrie G des minéraux
- pourcentage de solide S de la pulpe

De plus la comparaison des moyennes a donné le sens de l'influence Q G S et M :

- si Q augmente, P_4 diminue
- si G augmente, P_4 augmente
- si S augmente, P_4 diminue
- si la densité du grain augmente, P_4 augmente (du moins en général).

Cependant un point n'a pu être être éclairci : comment caractériser la nature macroscopique d'un minéral afin d'appliquer les lois de la mécanique et de l'hydraulique ? Des expériences ont montré que la densité du grain n'était pas seule en cause, mais qu'intervenaient aussi : son coefficient de frottement sur le fond et entre grains, sa forme, sa mouillabilité et sa porosité. Il a été jugé bon de penser que les critères les plus importants étaient ici la densité et le coefficient de frottement, coefficient tenant compte de la forme propre du grain qui n'a elle-même une influence réduite que dans la mesure où le minéral n'est pas assez aplati pour rester hors du flot du bord externe (traitement des micas).

Cette difficulté rencontrée trace d'elle-même une ligne de recherche : déterminer un coefficient expérimental caractérisant un minéral dans les conditions d'écoulement de la spirale Humphreys. Ce coefficient tiendrait compte globalement de tous les critères énumérés ci-dessus. Sa détermination expérimentale pourrait se faire par des essais systématiques avec des éléments synthétiques de densité variable connue (verre, acier..) et de forme caractéristique (cylindre, sphère, cube...). Cette démarche permettrait en outre de classer, suivant leur importance, les critères forme et densité.

Pour terminer, il faut remarquer que si l'étendue des valeurs, généralement attribuées au débit et au pourcentage de solide, a été couverte, il n'en a pas été de même pour la granulométrie et la densité des minéraux utilisés. Il a été jugé préférable de choisir des coupures granulométriques et densimétriques serrées de manière à mieux faire ressortir l'action de ces deux facteurs.

Théoriquement il est impossible d'extrapoler à partir des résultats obtenus, mais il n'y a aucune raison logique apparente pour que l'on n'admette pas une continuité dans l'action de la densité, de la granulométrie et du pourcentage de solide permettant de prolonger les influences constatées jusqu'aux limites couramment admises par l'industrie. Il serait très intéressant de faire une étude systématique du comportement des grains aux granulométries limites, surtout dans les fractions fines. Ceci ferait sans doute apparaître des interactions débit-granulométrie ou granulométrie-minéral plus importantes que celles observées. Quoi qu'il en soit, les essais effectués se plaçaient approximativement dans les conditions les plus couramment rencontrées dans le traitement des minerais métalliques.

Influence des facteurs liés à l'appareil sur la distribution
des grains le long de la coquille

-:-

La description de la spirale Humphreys a fait apparaître 3 facteurs, propres à l'appareil, susceptibles d'influencer le comportement des grains lors de leur descente dans le canal d'écoulement. Il s'agit :

- du profil de la coquille
- du pas de l'hélice
- de la rugosité du fond.

Ces 3 facteurs ont été reconnus chiffrables mais non modifiables car, la spirale étant construite en fonte, il paraît difficile de faire varier une de ses caractéristiques. Cependant, pour ce qui est de la rugosité du fond, il serait possible, par adjonction de peinture ou projection de grains fins sur la coquille, de changer son coefficient de frottement. Ces modifications, trop délicates et difficilement réversibles, n'ont pas été envisagées ici, pas plus d'ailleurs que la construction de spirales différant les unes des autres par la variation d'un des trois paramètres cités.

Ainsi, ne pouvant faire varier un facteur en laissant les autres constants, on se trouve dans l'obligation de spéculer, d'une manière théorique, sur leur influence.

1) - LE PROFIL DE LA COQUILLE

La figure 7 de la première partie montre que le fond du canal d'écoulement présente une zone pratiquement plane au voisinage du bord interne. Le rôle de cette zone plane est de faciliter l'étalement de la bande des lourds, minimisant ainsi l'action des grains les uns sur les autres ; donc de diminuer l'épaisseur de cette bande et de supprimer partiellement l'emprisonnement de grains légers au sein des grains lourds. Les légers

sont alors plus accessibles aux jets d'eau de lavage qui les renvoient dans le courant violent du bord extérieur.

Il semble donc qu'une augmentation de la zone plane, proche du bord interne, favoriserait le tri lourds-légers et améliorerait la qualité des concentrés.

2) - LE PAS DE L'HELICE

C'est un facteur important car il conditionne la vitesse du courant descendant de la pulpe. Si le pas est trop faible, la vitesse du courant sera trop faible et il n'y aura plus de tri entre les minéraux de densités différentes. Mais si le pas est trop élevé, la zone, proche du bord intérieur où l'épaisseur d'eau est faible, se trouve prise dans un courant dont la vitesse, alors assez importante, désagrège le rassemblement des particules de densités identiques.

Dans la spirale Humphreys 24 A, le pas de 340 mm est un pas moyen tel qu'une totale évacuation des éléments collectés sur le bord interne nécessite une adjonction d'eau de lavage.

On peut donc penser qu'une augmentation de ce facteur, dans des limites raisonnables, favoriserait la descente vers l'axe des éléments qui suivent la ligne de plus grande pente, donc de ceux pour lesquels la force de gravité est la plus importante, donc des éléments lourds. Ceux-ci, collectés plus rapidement par les ouvertures, seraient mieux débarrassés des légers entraînés d'autant plus avant que le courant serait plus rapide.

3) - LA RUGOSITE DU FOND

Le chapitre précédent a suggéré que le frottement des grains sur la coquille jouait un rôle important dans le comportement des grains lors de leur descente. L'influence de la rugosité du fond peut s'expliquer par le fait que l'augmentation de ce facteur entraîne l'augmentation de la hauteur de la nappe fluide où la vitesse du courant est nulle ou presque nulle ; c'est-à-dire l'augmentation de la zone où la poussée liquide est très faible et favorise le rassemblement rapide des éléments lourds descendant plus vite sous l'action de la force de gravité qui devient alors prédominante.

Ainsi un fond rugueux accentuerait la différence de comportement des grains déjà créée par la différence de leur densité.

4) - CONCLUSIONS

Les conditions jugées les plus favorables pour une bonne séparation (pas élevé et coquille à large fond plat et rugueux) sont réunies dans la spirale australienne MINERAL DEPOSITS. Cet appareil, fabriqué en fibre de verre, diffère de la spirale Humphreys par :

- le pas de l'hélice qui est de 370 mm au lieu de 340 mm,
- la rugosité du fond qui est ici un revêtement de grains fins de zircon et de grenats,

- le profil de la coquille (voir figure 36). La zone plane est analogue à celle de la spirale Humphreys, mais les ouvertures de collection sont moins larges et plus proches du bord interne. Elles absorbent ainsi une portion plus réduite, donc plus riche de la bande des lourds. De plus, ces ouvertures étant moins nombreuses, la bande des concentrés profite d'un espace plus vaste pour être débarrassée des éléments légers.

La spirale Mineral Deposits possède 9 ouvertures de collection de lourds, réparties à raison de deux par tours à 180° l'une de l'autre. (Le trou n° 1 est à 270° de la boîte d'alimentation).

Des expériences ont été faites sur cet appareil avec du concentré de zircon provenant des sables d'Antété (0,210 - 0,280 mm), et des prélèvements ont été effectués à chaque ouverture afin de connaître le pourcentage poids cumulé de produit recueilli entre la boîte d'alimentation et chaque ouverture. La représentation d'un essai par une droite (§ 3 du chapitre 2) n'a pas été possible ici.

Afin de constater la différence de comportement des grains entre les deux types de spirale, on compare les pourcentages poids cumulés obtenus, dans les deux cas, pour un même chemin parcouru dans les mêmes conditions expérimentales. Les dimensions des deux appareils sont sensiblement identiques et le chemin parcouru, par un grain entre la boîte d'alimentation et le trou n° 4 de la spirale américaine, correspond sur l'appareil australien à 4/3 de tours. Ainsi on compare le pourcentage poids cumulé au trou n° 4 (P₄) de la spirale Humphreys, au pourcentage poids cumulé au trou n° 2

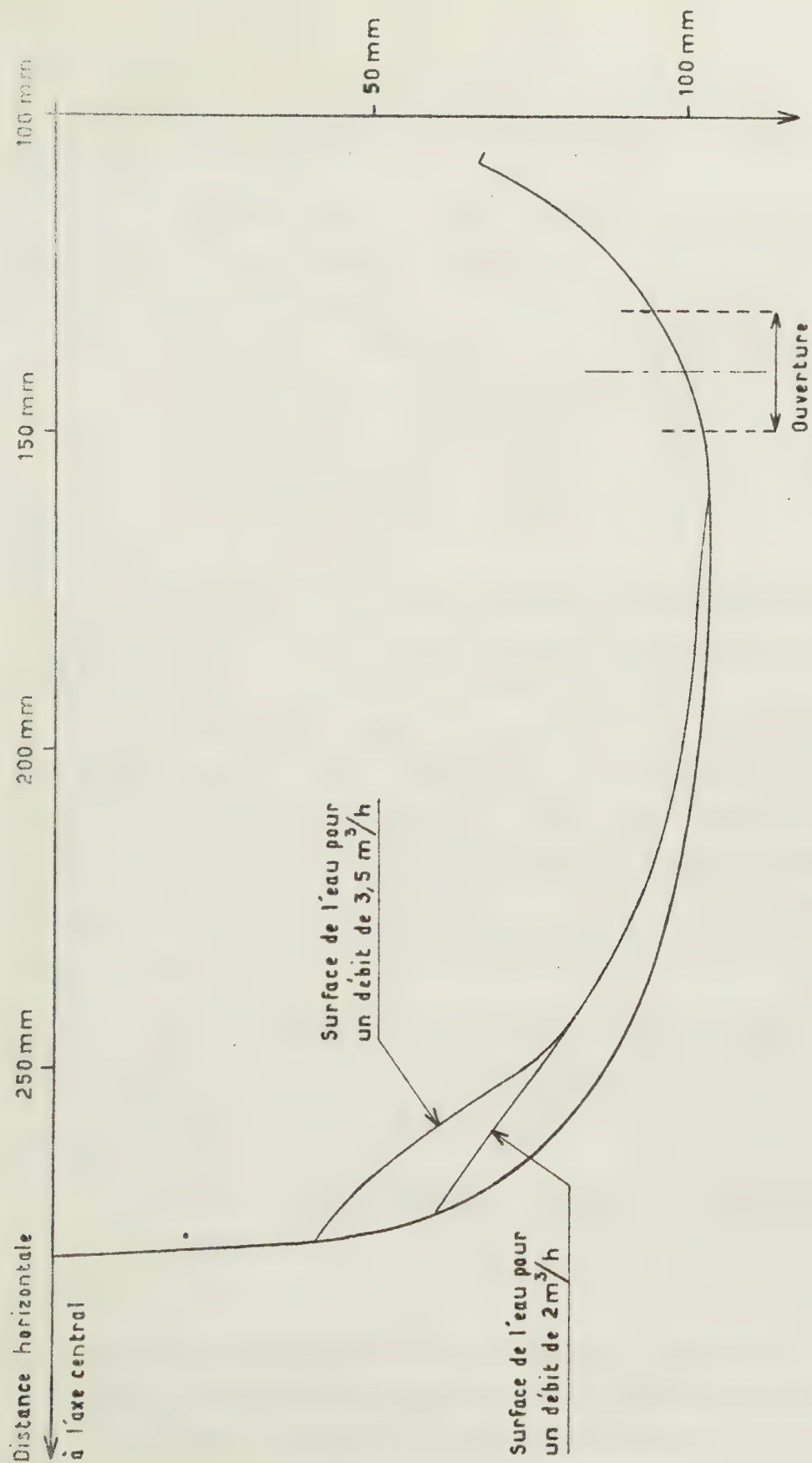


Figure 36 : Coupe verticale du canal de la spirale MINERAL DEPOSITS - Echelle 1.

(P_2) augmenté du $1/6$ de la différence ($P_3 - P_2$) de la spirale Mineral Deposits (ceci suppose que l'on admet une répartition régulière des grains entre les trous n° 2 et 3).

On obtient avec le zircon d'Antété (0,210 - 0,28 mm) pour un débit de $3,5 \text{ m}^3/\text{h}$ (+) les résultats suivants :

S %	Humphreys P_4 %	Mineral Deposits $P_2 + 1/6 (P_3 - P_2)$ %
5 %	98	63
10 %	96	64
20 %	97	70

Ce tableau montre que, quel que soit le pourcentage de solide, les particules minérales se dirigent beaucoup moins rapidement vers l'axe central dans le cas de la spirale Mineral Deposits.

Il est donc logique de supposer que la conjugaison d'un pas élevé, d'un fond rugueux et d'une plus vaste zone d'étalement des produits, entraîne un meilleur tri des minéraux. En effet, les éléments lourds parcourant un chemin assez long avant d'être collectés, l'emprisonnement des légers dans la bande des lourds est moindre et les forces de gravité ont un laps de temps plus important pour différencier le comportement de particules de densité différente.

Afin de vérifier cette conclusion on a traité, sur chacun des deux appareils, un minerai de fer siliceux (0,210 - 0,280 mm) contenant 38 % d'oolithes, à des débits d'alimentations de 2 et $4 \text{ m}^3/\text{h}$ avec un pourcentage de solide $S = 20 \%$.

Les deux tableaux suivants résument les résultats obtenus.

(+) - La faiblesse du débit mis en oeuvre est due au fait que la spirale Mineral Deposits ne supporte pas une alimentation supérieure à $4 \text{ m}^3/\text{h}$ sans débordement à la boîte d'entrée.

$$S \% = 20 \% \quad Q = 2 \text{ m}^3/\text{h}$$

	Concentré % en oolithes	Stérile % en oolithes	Taux de concentration	Récupération oolithes
Mineral Deposits	85 %	25 %	2,40	38 %
Humphreys	50 %	15 %	1,25	80 %

$$S \% = 20 \% \quad Q = 4 \text{ m}^3/\text{h}$$

	Concentré % en oolithes	Stérile % en oolithes	Taux de concentration	Récupération oolithes
Mineral Deposits	79,5 %	24 %	2,40	41 %
Humphreys	53 %	26 %	1,40	81 %

Il est bien évident qu'il ne s'agit pas là de comparer les possibilités industrielles des deux appareils, mais de vérifier qu'une augmentation globale des 3 facteurs (pas - rugosité - profil) accentue la différence entre le comportement des lourds et des légers ; les rendements ne sont donc pas à envisager. De ce fait, la teneur des concentrés est donnée en pourcentage d'oolithes contenues, après analyse densimétrique à l'iodure de méthylène ($d = 3,3$).

Ce qui est appelé concentré représente les produits obtenus aux ouvertures donnant les meilleurs pourcentages de lourds (pour la Mineral Deposits les 9 trous, pour la Humphreys les trous n° 2 - 3 et 4).

Dans les deux cas, le pourcentage en oolithes des concentrés est le plus important pour la spirale australienne. La comparaison faite tend ainsi à confirmer les hypothèses émises aux § précédents, du moins dans leur ensemble, car elle ne donne pas de renseignements sur l'action spécifique de chacun des facteurs.

Il faut remarquer que si, comme il était prévisible, une augmentation du débit Q améliore la séparation dans la spirale Humphreys, elle ne favorise pas le tri lourds-légers dans la spirale Mineral Deposits. On peut tenter d'expliquer ceci de la manière suivante : un accroissement de Q augmente la vitesse du courant fluide qui, conjugué alors à un pas élevé, peut

être trop important et désagréger le rassemblement des oolithes. Cette augmentation de vitesse pourrait ainsi réduire l'influence bénéfique de la rugosité en diminuant la hauteur de la nappe fluide le long de laquelle la vitesse du courant est nulle ou presque nulle.

Un pas élevé et une coquille à fond plus plat et plus rugueux semblent être des conditions améliorant la séparation. Cependant il doit exister entre le pas et la rugosité une assez forte interaction : il serait alors intéressant de déterminer les valeurs optimales à donner à ces deux facteurs pour ne pas compromettre, par un accroissement de l'un, l'action bénéfique d'une augmentation de l'autre.

D'un point de vue pratique, si la spirale Mineral Deposits donne des concentrés à meilleure teneur, le rendement poids des opérations est très faible. Un tel appareil serait alors intéressant pour éliminer au maximum les éléments de forte densité qui existeraient en faible pourcentage dans un pré-stérile. Il serait ainsi parfaitement à sa place dans le stade d'épuisage des rejets.

4ème PARTIE

Essai de détermination des conditions optimales d'utilisation de
la spirale Humphreys dans l'enrichissement des minerais métalliques

Introduction

La troisième partie de cette étude a montré l'influence des facteurs débit, pourcentage de solide et granulométrie, dans le cas de minéraux isolés. Ces considérations, intéressantes du point de vue théorique, ne donnent, a priori, aucun renseignement applicable à l'enrichissement d'un minerai composé de deux ou plusieurs éléments devant être séparés.

Le but des chapitres qui vont suivre est de faire apparaître les conditions les plus favorables à la séparation de minéraux par spirale. Ainsi il est fait état, non seulement des réglages des facteurs ayant une action sur l'écoulement de la pulpe, mais encore de toutes les conditions et opérations annexes susceptibles d'améliorer le résultat d'un enrichissement. Il s'agit donc de constituer, pour ainsi dire, un mode d'emploi de la spirale Humphreys.

Les conclusions émises sont illustrées par des essais de traitement effectués sur des minerais métalliques naturels. Toutefois ces expériences ne prétendent pas donner les meilleurs résultats à attendre du traitement effectué. Chaque opération est faite en un seul stade et sans recyclage, en circuit fermé lorsque les minéraux sont assez résistants pour ne pas être détériorés par la pompe, en circuit ouvert lorsqu'ils sont friables. Des échantillons représentatifs sont pris à chaque ouverture de l'appareil et on appelle concentré le produit global ayant une teneur moyenne proche de la meilleure teneur obtenue à l'ouverture la plus favorable. Les essais sont classés, les uns par rapport aux autres, suivant le pourcentage en élément de valeur du concentré dans des limites où le rendement métal est acceptable.

CHAPITRE I

Conditions d'installation de la spirale Humphreys

-:-

L'utilisateur d'une spirale doit, avant d'entreprendre une série d'essais, vérifier trois points de l'installation particulièrement importants :

- le point d'entrée de la pulpe dans la boîte d'alimentation,
- la jointure des différents éléments de spire,
- la verticalité de l'appareil.

1) - LE POINT D'ENTREE DE LA PULPE DANS LA BOITE D'ALIMENTATION

Le chapitre premier de la 1ère partie a situé assez exactement (point A de la figure 6) l'endroit où doit déboucher verticalement le tuyau d'alimentation. Le non observation de cette condition entraîne, à la sortie de la boîte, la présence d'un flot de pulpe turbulent nuisible à une bonne séparation.

2) LA JOINTURE DES DIFFERENTS ELEMENTS DE SPIRE

Un mauvais assemblage des éléments de coquille peut amener une étanchéité imparfaite du canal d'écoulement de pulpe. Cette défectuosité est souvent due au fait que les joints plastiques, intercalés entre les sections, sont mauvais ou mal placés, formant ainsi soit une rainure, soit une ride sur le fond du canal ; la présence de cette anomalie crée une zone de turbulence qui ralentit la concentration des minéraux lourds et accélère l'usure locale du fond.

Lorsque l'on remarque une telle imperfection, il importe de la corriger, soit en recommençant soigneusement l'assemblage, soit en introduisant dans la rainure un ciment plastique, de manière à obtenir, tout au long de la coquille, un fond ne présentant aucune irrégularité.

3) - LA VERTICALITE DE L'APPAREIL

Une spirale inclinée, par rapport à la verticale, a une plus faible capacité en pulpe et donne un concentré dont la teneur et le pourcentage en poids sont différents de ceux du concentré produit par une spirale verticale dans les mêmes conditions de marche.

Ceci s'explique de la manière suivante : une inclinaison de l'appareil crée une alternance de zones où la vitesse de la pulpe descendante est tantôt croissante, tantôt décroissante. Aux points plus bas que la normale, la vitesse du courant est plus grande, la pulpe monte plus haut vers le bord extérieur et la bande des lourds passe plus loin des ouvertures de collection n'étant ainsi que partiellement récupérée. Au contraire, aux points plus hauts que la normale, la vitesse du courant est plus faible, la séparation lourds-légers moins bonne, l'étalement des grains se rapproche du bord intérieur et les ouvertures collectent en même temps la bande des lourds et une partie des légers.

Il y a donc alternance d'ouvertures donnant, en faible quantité, un produit à forte teneur en lourds et d'ouvertures donnant, en grande quantité, un produit de faible teneur.

Les tableaux n° 15 et 16 reproduisent les résultats obtenus par H.D. SNEDDEN (32) avec une spirale inclinée de 0,7 % de part et d'autre de la verticale. Les ouvertures 3 - 6 - 9 - 12 et 15 sont seules utilisées. Elles sont plus hautes que la normale pour la spirale inclinée à droite, et plus basses lorsqu'elle est inclinée à gauche.

.../...

Effet de l'inclinaison de la spirale sur la concentration en minéraux lourds. Spirale inclinée à gauche.

Produits	Poids %	Teneur en lourds %	Distribution lourds %
Concentré	22,9	15,0	68,4
Mixte	11,3	7,6	17,2
Stérile	65,8	1,1	14,4
Alimentation	100,0	5,5	100,0

Tableau 16

Effet de l'inclinaison de la spirale sur la concentration en minéraux lourds. Spirale inclinée à droite.

Produits	Poids %	Teneur en lourds %	Distribution lourds %
Concentré	32,8	13,2	78,1
Mixte	16,9	5,1	15,6
Stérile	50,3	0,7	6,3
Alimentation	100,0	5,5	100,0

L'écart de 1,8 point entre les teneurs des deux concentrés peut être beaucoup plus considérable lorsque l'inclinaison est plus importante.

Les différences de marche introduites par la non verticalité d'une spirale sont surtout préjudiciables dans les installations groupant plusieurs appareils en parallèle dans un même stade du traitement. Dans une telle installation il faut que toutes les spirales soient utilisées dans les mêmes conditions, de manière à ce qu'elles fournissent chacune, avec un même rendement, un concentré de même teneur.

Il convient donc de monter d'une manière rigide chacun des appareils sur des fondations stables, et de vérifier, au fil à plomb, la verticalité de chacun d'eux. Les corrections seront apportées en jouant sur la position du cadre de soutien et sur la position de la coquille elle-même à l'intérieur du cadre (les crochets de fixation sont mobiles à cet effet).

CHAPITRE II

Les minerais traitables et les granulométries employées

-*-

L'installation de la spirale étant correcte, il importe alors de savoir s'il est normal d'attendre de l'appareil un enrichissement valable du minerai à traiter. Si l'emploi d'un tel type de concentrateur est jugé possible, il faut de plus déterminer les caractéristiques granulométriques optimales, de manière à pouvoir orienter la préparation mécanique du tout-venant.

1) - LES MINERAIS TRAITABLES

On admet, en général, qu'un minerai est enrichissable par spirale Humphreys si les éléments à séparer :

- sont bien libérés dans la pulpe d'alimentation,
- ont une différence de densité d'au moins une unité.

1 - 01 La libération des constituants du minerai.

Parmi les produits dérivant de la préparation mécanique d'un minerai, il est possible de rencontrer 2 sortes de particules :

- des particules dites libres formées d'une seule espèce minérale,
- des mixtes minéralogiques constitués par une association de 2 ou plusieurs espèces minérales dans le même grain.

La bonne libération de l'élément de valeur est une condition impérative pour obtenir un bon concentré. Elle se caractérise en général par le coefficient de libération $f^{(+)}$. Il faut donc, avant d'entreprendre les

(+) - Le degré de libération f d'un certain minéral ou phase (17) est le rapport exprimé en pour cent du poids de ce minéral apparaissant sous forme de particule libre, au poids total, dans le minerai, de l'espèce minérale considérée.

essais d'enrichissement, s'assurer que, dans les limites granulométriques traitables, les mixtes minéralogiques sont peu nombreux sinon absents. Ceci se vérifie assez aisément en complétant par des analyses densimétriques les examens à la loupe binoculaire des produits obtenus après coloration sélective des minéraux des gangues (9).

La libération des éléments est influencée par le mode de concassage ou de broyage. Une étude poussée de la préparation mécanique du tout venant permettra de choisir les appareils qui éliminent les mixtes tout en conservant aux éléments leur forme propre, ce qui est souvent très intéressant.

1 - 02 La densité des constituants.

Classiquement la différence de densité entre l'élément de valeur et le stérile doit être, au moins, d'une unité.

- Cette condition n'est pas toujours suffisante, en effet : l'étude du comportement de la barytine et du zircon faite dans la 3ème partie a montré que l'étalement des produits dans la coquille était déjà très réduit, bien que la densité des deux minéraux soit relativement peu élevée. Il en ressort que, à partir d'une certaine densité, que l'on peut situer aux alentours de 4, des minéraux de forme ordinaire se déplacent très vite vers le bord interne du canal ; il est alors impossible de séparer deux minéraux lourds, même si leur densité diffère de 3 ou 4 unités ; c'est, par exemple, le cas de la galène ($d = 7,5$) et de la blende ($d = 4$). (4)

Une spirale peut donc séparer les éléments légers ($d = 2,5$ à 3) des éléments lourds ($d > 4$) mais non pas les éléments lourds les uns des autres.

- Par contre, il est des cas où une différence de densité inférieure à l'unité ne rend pas impossible l'enrichissement ; c'est ici qu'intervient la forme du minéral, tant par le frottement des grains sur le fond que par leur comportement dans le flot liquide : la différence de forme accentue la différence de densité pouvant même inverser son sens d'action.

Il faut pourtant remarquer que 2 minéraux de poids spécifique voisin ne sont séparables que si leur forme est franchement différente ; il faut en général que l'un des deux éléments soit très aplati tandis que

l'autre est sphérique ou cubique par exemple. C'est sur cette différence de forme qu'est basée l'enrichissement sur spirale des minerais de mica ou de vermiculite : les éléments micacés, très lamellaires et de plus peu mouillables, restent dans le flot rapide du bord extérieur tandis que le quartz et la calcite de densité inférieure, mais de forme arrondie se concentrent vers le bord intérieur jouant le rôle des lourds. De même la présence, dans certains minerais de fer lorrain, de shales argileux aplatis autorise la concentration des oolithes ovoïdes qui se dirigent plus rapidement vers le bord interne que les éléments considérés comme stériles.

Dans d'autres cas (traitement des phosphates) on compense les faibles différences de densité et de forme par l'emploi de réactifs qui agglomèrent les éléments de valeur ; ceux-ci sont alors entraînés en surface du flot liquide tandis que les stériles (quartz), devenus éléments lourds, sont récupérés sur le bord interne.

Compte tenu de ces remarques et des résultats obtenus sur différents minerais, il est possible de déterminer un critère de séparation C. La valeur de ce coefficient permet de savoir si, dans les cas généraux, on peut utiliser la spirale Humphreys pour séparer deux éléments d'un même minerais.

si d est la densité de l'élément lourd

si d' est la densité de l'élément léger avec $d' < 4$

$$\text{on définit} \quad C = \frac{d - d'}{d' - 1}$$

- si $C > 1$: la séparation est facile. La spirale convient parfaitement à l'enrichissement du minerais dans la mesure où ses constituants ont des formes voisines,

- si $0,75 < C < 1$: la séparation est possible mais délicate,

- si $C < 0,75$: la séparation est impossible et, sauf dans le cas où les minéraux ont une forme très différente, on n'utilisera pas la spirale.

Le tableau 17 donne les valeurs du critère de séparation C pour quelques minerais traités industriellement.

Tableau 17

Valeurs de C pour quelques minerais

	Elément lourd	d	Elément léger	d'	C	Observations
C > 1	Galène	7,5	Quartz	2,7	2,8	Séparations réalisées
	Skuttérodite	6,2	Calcite-Quartz	2,7	2,0	
	Magnétite	5,2	Quartz	2,7	1,5	
	Pyrite	5	Quartz	2,7	1,3	
	Oligiste	5	Quartz	2,7	1,3	
	Chromite	4,7	Quartz-Feldsp.	2,7	1,2	
0,75 < C < 1	Barytine	4,3	Quartz	2,7	0,9	industriellement
	Zircon	4,3	Quartz	2,7	0,9	
	Blende	4	Quartz	2,7	0,76	
C < 0,75	Oolithe	3,5	Quartz-Calcite	2,7	0,47	(1)
	Mica	2,9	Quartz-Calc.F.	2,7	0,12	(2)
	Phosphate	2,8	Sable	2,5	0,20	(3)

- (1) : Séparation envisagée à l'échelle industrielle, rendue possible par une différence de forme assez grande entre les oolithes ovoïdes et la gangue aplatie.
- (2) : Séparation réalisée industriellement grâce à une très grande différence de forme.
- (3) : Séparation réalisée industriellement mais impossible sans faire au préalable une agglomération sélective des phosphates.

2) - LES GRANULOMETRIES EMPLOYEES.

La granulométrie des minerais, pouvant être enrichie sur spirale, varie avec les auteurs, mais on admet couramment (4) que les éléments lourds, bien libérés, doivent être compris entre 70 et 2.400 microns ; pour les légers il n'y aurait pas de taille critique et on pourrait avoir, sans inconvénient, des grains de 0 à 5 mm.

On peut expliquer la différence de limite supérieure de granulométrie entre lourds et légers de la manière suivante : une particule assez

grosse (2 mm) ayant atteint le fond de la coquille, aura une partie de sa surface en dehors de la zone proche du fond où la vitesse du courant est presque nulle ; le fluide frappant la partie supérieure du grain avec une vitesse plus grande, celui-ci sautera et roulera dans le courant c'est-à-dire normalement à une section de spire ; l'effet de la gravité étant alors atténué, il atteindra moins vite le bord intérieur. De plus un tel grain rencontrant un flot d'eau de lavage pourra être renvoyé vers l'extérieur. On comprend ainsi qu'une taille importante des éléments lourds soit défavorable à un bon enrichissement.

Les dimensions maximales des lourds sont donc variables avec la rugosité du fond qui crée la hauteur de la zone où le courant a une vitesse nulle ou presque nulle. Pour une spirale Humphreys classique, on doit penser^{avec} H. HAVRE (19) que la granulométrie maximale traitable se situe entre 1,5 et 2 mm. Ceci n'est d'ailleurs pas très gênant pour ce qui est des minerais métalliques car il est assez rare d'avoir une bonne libération de l'élément de valeur au dessus de 2 mm.

Des essais d'enrichissement ont été faits sur la fraction 2 - 4 mm d'un minerai quartz-barytine aux constituants bien libérés. Dans les meilleures conditions, à partir d'un tout venant à 83 % en SO_4Ba on a obtenu un concentré ne titrant que 90 % avec une récupération de SO_4Ba de 45,6 %.

La médiocrité du résultat justifierait ce qui vient d'être dit, d'autant plus qu'il faut créer un fort courant d'eau de lavage pour faire descendre les lourds dans les ouvertures. Ce fort courant entraînerait alors vers l'extérieur les concentrés les plus fins laissant indifférents les gros stériles.

Pour ce qui est de la limite inférieure de la granulométrie traitable la taille de 0,074 mm^{est} reconnue par tous les utilisateurs. En dessous de cette limite les particules qu'elles soient lourdes ou légères sortent difficilement du violent courant du bord extérieur dans lequel elles restent en suspension.

Ainsi, sauf cas particuliers, on obtient de bons résultats avec un minerai dont les éléments ont des dimensions comprises entre 0,074 et 2 mm.

Il est maintenant intéressant de se demander si, à l'intérieur de la fraction 0,074 - 2 mm, il faut ou non faire des coupures granulométriques et enrichir chaque fraction séparément :

- Selon certains utilisateurs il serait avantageux de traiter en bloc le minerai y compris le 0 - 0,074 mm. La fraction fine créerait alors une suspension dense n'accentuant pas la différence de densité entre les éléments, mais minimisant l'action de cette densité pour les légers qui resteraient plus longtemps en suspension et iraient plus avant dans l'appareil.

Souvent la présence d'ultra fines dans l'alimentation est due, en grande partie, à un souci d'économie : les frais de classification ne sont pas toujours couverts par l'amélioration des concentrés gravimétriques. C'est ainsi qu'à CLIMAX - Colorado (voir introduction), les stériles de la flottation de la molybdénite sont traités directement sur spirale pour être débarrassés de la cassitérite, de la pyrite et de la wolframite. Cette alimentation (0,03 % en WO_3 et traces de SnO_2) n'est pas calibrée et représente la tranche 0 - 0,2 mm avec 65 % du produit inférieur à 0,15 mm.

- Cependant, en général on estime que la qualité d'un enrichissement par spirale est amélioré par un classement granulométrique préalable de l'alimentation. Ceci se comprend assez bien : le principe de l'équivalence⁽⁺⁾ défini pour la sédimentation libre dans l'eau de particules de densité, forme et dimensions différentes, est encore valable pour un écoulement en conduite ; mais, dans un tel cas, l'équivalence de deux grains est perturbée par le frottement de ceux-ci sur le fond. Ainsi deux particules, qui ne seraient pas équivalentes dans une sédimentation libre, peuvent le devenir, dans une spirale, par suite de la différence de leur coefficient de frottement. La seule façon, de minimiser cette analogie de comportement, consiste à faire un classement granulométrique préalable de l'alimentation. Ne connaissant pas les valeurs du coefficient de frottement de chaque minéral, il est impossible de calculer les coupures granulométriques exactes à effectuer, celles-ci restant du domaine de l'expérience.

(+) - Deux particules sont équivalentes (34) si leurs vitesses limites de sédimentation libre, dans un fluide donné, sous l'action de la pesanteur, sont égales.

La condition d'équivalence de deux particules est fonction de leur densité, de leur taille, de leur forme, de la densité et des conditions d'écoulement du fluide.

La comparaison des moyennes obtenues pour les valeurs de P_4 (tableau 18) montre que, par exemple, du quartz (0,280 - 0,510 mm) se comporte sensiblement de la même façon que la barytine (0,141 - 0,210 mm). Pour séparer ces deux minéraux il y aurait donc intérêt à découper le lot 0,141 - 0,510 mm en deux ou trois tranches granulométriques de manière à réduire l'équivalence des grains.

Tableau 18

Valeurs moyennes de P_4 obtenues pour le Quartz - les Oolithes et la Barytine

	0,141 - 0,210 mm	0,210 - 0,280 mm	0,280 - 0,510 mm
Quartz	48,3	58,2	68,3
Oolithes	64,0	74,2	77,9
Barytine	71,2	84,3	84,0

Remarque. Il apparaît sur le tableau 18 que, en accord avec le principe de l'équivalence, une augmentation de la granulométrie G a d'autant moins d'influence que la densité du minéral est forte ; ceci laisse penser qu'à partir d'une certaine valeur, variable avec le minéral, le facteur G joue peu. C'est la constatation de ce phénomène qui a amené l'augmentation de la raison de la tranche granulométrique supérieure (0,280 - 0,510 mm) étudiée lors de la 3ème partie.

Il en résulte que le découpage du minéral, en tranches granulométriques, pourra être assez lâche dans les fractions supérieures, mais devra être serré pour les fractions fines.

Afin de montrer l'intérêt du classement préalable du tout venant, on a tenté d'enrichir un minéral barytine-quartz de deux façons :

- d'une part, en traitant en bloc la fraction 0 - 2 mm,
- d'autre part, en divisant le lot en 4 tranches et en les traitant séparément.

Dans les deux cas tous les essais ont été faits en circuit ouvert (réduisant ainsi la production de fines), dans les mêmes conditions de débit et de pourcentage de solide ($6,5 \text{ m}^3/\text{h}$ - 20 %). Les réglages d'eau de lavage et d'opercules des ouvertures ont été adaptés à chaque expérience. Un échantillon représentatif pris à chaque trou a été pesé et analysé.

Enrichissement de la fraction 0 - 2 mm, en bloc

Les résultats obtenus, à partir du tout venant titrant 87,4 % en SO_4Ba , sont résumés dans le tableau 19.

Tableau 19

Résultats du traitement du 0 - 2 mm

	Concentré n° des trous	Concentré SO_4Ba %	Rendement poids : %	Rendement SO_4Ba : %
1e Solution	2	93,7	15,5	16,8
2e Solution	2 - 3 - 4	91,8	43,5	46,2
3e Solution	2 - 3 - 4 - 5 - 6	90,0	70,8	73,8

Enrichissement du 0 - 2 mm par fractions granulométriques

Le tout venant a été divisé en 4 tranches ; le tableau 20 donne la répartition pondérale et la teneur en SO_4Ba de chaque fraction.

Tableau 20

Répartition pondérale des tranches

Granulométrie	Poids %	SO_4Ba %
1 - 2 mm	34,5	84,3
0,5 - 1 mm	26,1	88,8
0,25 - 0,5 mm	9,6	83,8
0 - 0,25 mm	29,8	88,1
0 - 2 mm reconstitué	100,0	86,3

Les résultats obtenus pour le traitement de chaque fraction sont les suivants (tableau 21).

Tableau 21

Résultats du traitement des tranches

Granulométrie mm	Concentré n° des trous	Concentré poids %	Concentré SO ₄ Ba %	Rendement SO ₄ Ba : %
1 - 2	2 - 3 - 4 - 5	68,7	93,8	76,4
0,5 - 1	2 - 3 - 4 - 5	84,2	92,6	87,7
0,25 - 0,5	2 - 3 7	79,4	92,4	87,5
0 - 0,25	2 - 3 11	64,5	95,3	69,7

Le regroupement des concentrés, compte tenu de la répartition granulométrique, donne le bilan ^{global} de l'opération (tableau 22).

Tableau 22

Bilan global de l'opération

Alimentation SO ₄ Ba %	Concentré SO ₄ Ba %	Rendement poids %	Rendement SO ₄ Ba : %
86,3	93,7	73,4	79,4

La comparaison des tableaux 19 et 22 montre que le meilleur résultat, tant au point de vue teneur des concentrés qu'au point de vue rendement barytine, est obtenu en traitant le tout venant par fraction granulométrique.

Chaque tranche a été enrichie dans les mêmes conditions (débit 6,5 m³/h, pourcentage de solide 20 %) ; or il est possible que les valeurs du débit et du pourcentage de solide, donnant le meilleur enrichissement, ne soient pas les mêmes pour chaque fraction. On est donc en droit de penser que l'on aurait pu améliorer sensiblement la concentration en étudiant séparément les conditions optimales de traitement de chaque fraction granulométrique.

Il semble donc préférable de diviser le minerai tout venant en différentes tranches granulométriques. Le résultat du traitement doit être d'autant meilleur que la raison des classes est plus faible.

Une classification étroite et fine pose de nombreux problèmes à l'utilisateur. Cependant la mise au point, cette dernière décade, de grilles courbes, opérant des coupures jusqu'à 0,1 mm, des cyclones classificateurs... permet d'envisager favorablement l'enrichissement d'un minerai dans les meilleures conditions.

CHAPITRE III

Réglage du débit et du pourcentage de solide de la pulpe d'alimentation

-:-

Après classification du minerai, il convient de déterminer les valeurs à donner aux facteurs suivants :

- débit Q d'alimentation
- pourcentage de solide S de la pulpe.

On admet en général (4) que les débits utilisés dans une spirale Humphreys varient entre 4,5 et 7 m³/h, tandis que les pourcentages de solide sont en moyenne de 20 %, pouvant descendre à 10 % dans le cas de minerais fins et monter à 40 % pour des alimentations grossières.

Le but de ce chapitre est de mettre en relief, à partir des résultats obtenus dans l'étude expérimentale précédente, les conditions de marche optimales pour la séparation de deux minéraux. Pour ce faire, l'étalement des grains sur le fond étant toujours caractérisé par le paramètre P₄, on estime que la valeur optimale des facteurs de réglage est celle qui, pour deux minéraux donnés, entraîne une différence de P₄ maximale. Les conclusions obtenues sont ensuite vérifiées sur des exemples concrets.

Afin de raisonner avec rigueur, les valeurs de ces différences, pour des minéraux pris deux à deux, font l'objet d'une analyse de variance dont les résultats fournissent les modalités optimales à attribuer au débit et au pourcentage de solide de la pulpe d'alimentation.

Les facteurs testés sont les suivants :

- Facteur A : nature des deux minéraux à séparer. Il prend les modalités :
 A₁ pour la séparation Barytine - oolithe
 A₂ " " " Barytine - quartz

Remarque : les trois minéraux envisagés sont ceux utilisés lors de la 3e partie. On estime que la modalité A₂ est plus forte que la modalité A₁ puisque,

à forme sensiblement équivalente pour les oolithes et le quartz, leur différence de densité augmente la diversité du comportement de chacun d'eux vis à vis de la barytine.

- Facteur G : granulométrie des deux minéraux. Il prend les modalités :

G_1 : 0,141 - 0,210 mm

G_2 : 0,210 - 0,280 mm

G_3 : 0,280 - 0,510 mm

Les deux minéraux dont on étudie la différence de comportement sont pris l'un et l'autre dans la même fraction granulométrique.

- Facteur Q : débit d'alimentation prenant les modalités :

Q_1 : 3,5 m³/h

Q_2 : 4,5 m³/h

Q_3 : 5,5 m³/h

Q_4 : 6,5 m³/h

- Facteur S : pourcentage de solide de la pulpe. Il prend les modalités :

S_1 : 5 %

S_2 : 10 %

S_3 : 15 %

S_4 : 20 %

Les paramètres testés sont : la différence $P_{4B} - P_{4O}$ pour A_1

la différence $P_{4B} - P_{4Q}$ pour A_2

avec P_{4B} = pourcentage poids cumulé au trou n° 4 pour la barytine

P_{4O} = " " " " " " n° 4 pour les oolithes

P_{4Q} = " " " " " " n° 4 pour le quartz

1) - ANALYSE DE VARIANCE SUR LES VALEURS DES DIFFERENCES DE P_4

Le tableau 9 permet de dresser le tableau 23 donnant les valeurs de la différence des P_4 suivant les modalités des quatre facteurs.

Avant de faire une analyse de variance, il convient de tester la normalité de la population obtenue. La méthode est la même que celle employée

Q ₁					Q ₂				Q ₃				Q ₄				Tot.	Moy.	Moy.			
S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄							
A ₁	G ₁	12	0	6	18	7	-2	6	3	15	3	9	7	11	2	7	12	116	7,25	7,81		
	G ₂	4	4	2	-3	10	12	6	3	12	18	7	11	16	20	20	20	162	10,12			
	G ₃	1	3	0	-5	5	8	10	0	8	11	16	3	-1	14	22	2	97	6,06			
A ₂	G ₁	17	17	23	26	18	23	26	14	27	25	28	16	34	28	24	20	366	22,87	21,56		
	G ₂	8	7	14	15	18	30	36	33	19	38	32	33	25	42	35	33	418	26,12			
	G ₃	-1	10	5	7	8	18	19	6	15	22	30	18	14	29	35	16	251	15,68			
Tot.		41	41	50	58	66	89	103	59	96	117	122	88	99	135	143	103					
Moy.		683	683	833	967	1100	1483	1717	983	1600	1950	2033	1467	1650	2250	2383	1717					
Moy.		7,92				13,21				17,62				20,00								

Tableau 23 : Valeurs de $P_{4B} - P_{40}$ et $P_{4B} - P_{4Q}$

précédemment ; on forme, pour les valeurs des différences, des intervalles d'amplitude 5 %, et l'on compte, pour chaque intervalle le nombre cumulé de ces différences qui sont inférieures ou égales aux bornes de chacun d'eux. Soit A ce nombre qui est ensuite exprimé en pour cent (A %). On obtient ainsi le tableau suivant :

$P_4 B - P_4 X$	Nb. cumulé A	A %
0	8	8,3
5	21	21,8
10	39	40,6
15	53	55,2
20	71	73,9
25	78	81,2
30	86	89,5
35	93	96,8
40	95	98,9
45	96	100,0

La courbe de la figure 37 tracée en ordonnées galtoniennes donne des points sensiblement alignés permettant de conclure à la normalité de la population. Toutes les conditions sont donc requises pour opérer une analyse de variance dont les résultats sont consignés dans le tableau 24.

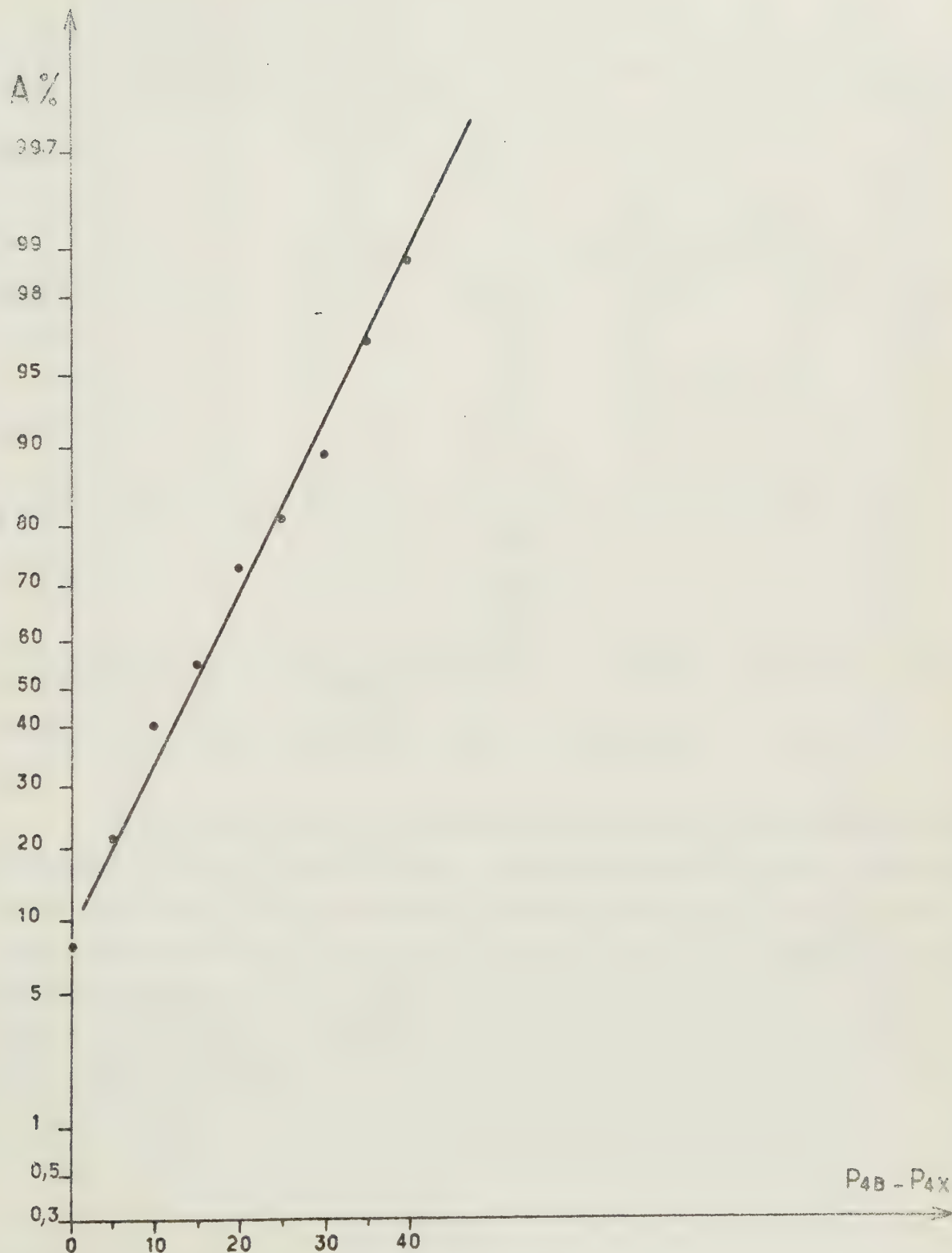


Figure 37 : Fréquences cumulées des valeurs des différences de P_4
Anamorphose galtonienne.

Résultats de l'analyse de variance sur les valeurs $P_{4B} - P_{4X}$

Sommes quadratiques	Degrés de liberté	Variance Facteurs	Variances V_i	$\frac{V_i}{V_R}$	Table de SNEDECOR 5 %
2 036,26	3	Débit Q	$V_Q = 678,75$	575,2	3,16
404,43	3	% sol. S	$V_S = 134,81$	114,2	3,16
841,91	2	Gran. G	$V_G = 420,95$	356,7	3,55
4 533,98	1	Miner. A	$V_A = 4 533,98$	3842,3	4,41
217,63	9	Q . S	$V_{QS} = 24,18$	20,5	2,47
811,56	6	Q . G	$V_{QG} = 135,26$	114,6	2,66
753,62	6	S . G	$V_{SG} = 125,60$	106,4	2,66
207,26	2	A . G	$V_{AG} = 103,63$	87,8	3,55
199,41	3	A . Q	$V_{AQ} = 66,47$	56,3	3,16
245,63	3	A . S	$V_{AS} = 81,87$	69,4	3,16
482,22	18	Q . S . G	$V_{QSG} = 26,79$	22,7	2,24
143,31	9	Q . S . A	$V_{QSA} = 15,92$	13,5	2,47
262,80	6	G . S . A	$V_{GSA} = 43,80$	37,1	2,66
121,25	6	G . Q . A	$V_{GQA} = 20,21$	17,1	2,66
21,36	18	Résiduelle	$V_R = 1,18$		
11 282,63	95	Totale	$V_T = 124,33$		

Ce tableau donne une variance résiduelle dont le nombre de degrés de liberté de 18 est assez bas. Or, lorsqu'on ne peut faire de répétitions, il est intéressant (10), de manière à englober dans cette variance toutes les erreurs de manipulations ou autres, d'avoir un nombre de degrés de liberté assez élevé. On prend donc, comme variance résiduelle, la somme des variances des interactions du deuxième ordre qui sont individuellement assez faibles (inférieure à 50). On obtient alors le tableau 25.

Résultats de l'analyse de variance

Sommes quadratiques	Degrés de liberté	Variance Facteurs	Variances V_i	$\frac{V_i}{V_R}$	Table de SNEDECOR 5 %
2 036,26	3	Débit Q	$V_Q = 678,75$	36,87	2,76
404,43	3	% sol. S	$V_S = 134,81$	7,32	2,76
841,91	2	Gran. G	$V_G = 420,95$	22,86	3,15
4 533,98	1	Miner. A	$V_A = 4 533,98$	246,28	4,0
217,63	9	Q . S	$V_{QS} = 24,18$	1,31	2,01
811,56	6	Q . G	$V_{QG} = 135,26$	7,35	2,25
753,62	6	S . G	$V_{SG} = 125,60$	6,82	2,25
207,26	2	A . G	$V_{AG} = 103,63$	5,63	3,15
199,41	3	A . Q	$V_{AQ} = 66,47$	3,61	2,76
245,63	3	A . S	$V_{AS} = 81,87$	4,45	2,76
1 030,94	56	Résiduelle	$V_R = 18,41$		
11 282,63	95	Totale	$V_T = 118,76$		

2) - INTERPRETATION DES VARIANCES

Le test de SNEDECOR au seuil 5 % appliqué aux rapports V_i/V_R montre que :

- les actions de A - Q - G et S sont très hautement significatives, A et Q étant les facteurs les plus importants ; résultat conforme aux conclusions de la 3e partie.

- toutes les interactions du 1er ordre sauf Q . S sont elles aussi significatives mais à un degré moindre.

Les facteurs A, Q, G et S se retrouvent dans toutes les interactions donc, pour interpréter les résultats, il suffit de considérer les cinq interactions suivantes :

Q.G - Q.A - A.G - A.S et S.G

Pour interpréter ces interactions, on étudie la différence des moyennes obtenues pour $P_4 B - P_4 X$ en utilisant le test de STUDENT-FISHER. La variance commune σ^2 étant la variance résiduelle obtenue précédemment, la différence des moyennes est jugée significative si elle est hors de l'intervalle :

$$- t \sqrt{\frac{2 \sigma^2}{n}}, \quad + t \sqrt{\frac{2 \sigma^2}{n}}$$

où t est tiré de la table de Student-Fisher relative à la chance d'erreur que l'on s'est fixée, et n le nombre des essais de chacun des groupes d'où sont tirées les moyennes.

Remarque : il faut noter que l'on cherche les meilleures modalités de S et Q pour les différentes valeurs de A et G et non l'action précise de A ou G.

2 - 01 Interaction Q.G

Les valeurs moyennes de $P_4 B - P_4 X$ sont données par le tableau suivant.

	Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄
G ₁	14,9	11,9	16,2	17,2
G ₂	6,4	18,5	21,2	26,4
G ₃	2,5	9,2	15,4	16,4

L'intervalle de significativité de Student-Fisher est :

- au seuil de 5 % : (-4,61, + 4,61)
- au seuil de 10 % : (-3,79, + 3,79)

En comparant, aux données du test de Student-Fisher, la différence des moyennes on conclut que quelle que soit la granulométrie et à quelque seuil d'erreur que l'on se place, les forts débits sont les plus favorables à la séparation.

On adoptera donc les modalités Q₃ ou Q₄ de Q ; en remarquant que la modalité Q₄ est la plus nettement souhaitable dans le cas de la granulométrie G₂

Les moyennes obtenues pour $P_4 B - P_4 X$ sont les suivantes :

	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
A_1	3,5	5,7	10,0	12,1
A_2	12,3	20,7	25,2	27,9

L'intervalle de significativité est :

- au seuil de 5 % : (-3,10, + 3,10)
- au seuil de 10 % : (-2,58, + 2,58)

On en conclut que quel que soit A, donc quelle que soit la différence de densité ou de forme entre les minéraux à séparer, les forts débits (Q_3 ou Q_4) sont toujours les plus favorables. Les meilleurs résultats sont, bien sûr, obtenus avec un mélange dont les constituants sont le plus différents les uns des autres.

2 - 03 Interaction A.G

Les moyennes du paramètre de mesure sont données par le tableau ci-dessous.

	G_1	G_2	G_3
A_1	7,2	10,1	6,1
A_2	22,9	26,1	15,7

L'intervalle de significativité étant le même que précédemment, on conclut à une différence significative des moyennes d'autant plus nette que les minéraux sont plus différents l'un de l'autre. Cependant dans tous les cas la granulométrie G_2 apparaît être la plus facilement traitable.

2 - 04 Interaction A.S

Les moyennes de $P_4 B - P_4 X$ sont les suivantes :

	S_1	S_2	S_3	S_4
A_1	8,3	7,7	9,2	5,9
A_2	16,8	24,1	25,6	19,7

L'intervalle de significativité de Student-Fisher est :

- au seuil de 5 % : $(- 3,81, + 3,81)$
- au seuil de 10 % : $(- 3,12, + 3,12)$

Il apparaît que pour $A = A_1$ le pourcentage de solide de la pulpe n'influe que peu sur la séparation dans la mesure où il est inférieur à S_4 . Par contre pour $A = A_2$ la différence des moyennes est beaucoup plus significative entre les modalités S_2 ou S_3 et S_1 ou S_4 .

Ainsi quel que soit A , la modalité S_4 de S ne semble pas favorable ; les modalités S_2 ou S_3 donneraient de meilleurs résultats.

2 - 05 Interaction S.G.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs des moyennes du paramètre de mesure.

	S_1	S_2	S_3	S_4
G_1	17,6	12,0	16,1	14,5
G_2	14,0	21,4	19,0	18,1
G_3	6,1	14,4	17,1	5,87

L'intervalle de significativité est :

- au seuil de 5 % : $(-4,61, + 4,61)$
- au seuil de 10 % : $(-3,79, + 3,79)$

La comparaison de la différence des moyennes aux intervalles de Student-Fisher montre que le pourcentage de solide optimal varie avec la granulométrie :

- pour G_1 : la modalité S_1 semble la plus favorable
- pour G_2 : la modalité S_2 donne les meilleures valeurs de $P_{4B} - P_{4X}$
- pour G_3 : la différence des moyennes est significative entre les modalités S_2 ou S_3 et S_1 ou S_4 .

3) - REGLAGES DU DEBIT ET DU POURCENTAGE DE SOLIDE DE LA PULPE

L'analyse de variance a montré que tous les facteurs envisagés étaient significatifs avec prédominance du facteur A (différence de densité - forme entre 2 minéraux). Elle a montré en outre que l'interaction débit-

pourcentage de solide n'était pas significative ; c'est à dire qu'en associant à la meilleure modalité de Q la meilleure modalité de S on est certain d'opérer dans les conditions les plus favorables.

L'interprétation des diverses interactions a montré en premier lieu que, dans n'importe quelles conditions, la modalité A_2 est plus favorable que la modalité A_1 de A car dans chacun des intervalles de Student-Fisher, la différence des moyennes entre A_1 et A_2 est toujours significative au seuil de 5 %.

Il importe maintenant de tirer de l'interprétation des variances des conclusions pratiques en ce qui concerne les valeurs de Q et de S à employer lors d'une opération d'enrichissement.

3- 01 Réglage du débit Q d'alimentation

Le facteur Q a été trouvé très significatif dans son action sur la différence de comportement de 2 minéraux dans la spirale Humphreys, et l'analyse des interactions a montré que les meilleurs résultats devaient être obtenus en opérant à des débits élevés (modalités Q_3 et Q_4).

Ainsi les débits les plus favorables à la séparation de deux minéraux sont de l'ordre de 5,5 à 6,5 m³/h et ceci d'autant plus que les minéraux sont plus différents l'un de l'autre.

Remarque. Bien que l'analyse de variance ne l'ait pas nettement montré, on peut penser que, dans le cas de particules très fines (inférieures à 0,1 mm) il n'est pas souhaitable de fonctionner à des débits trop élevés ; il s'agit, en effet, d'éviter que les éléments lourds de faible dimension soient entraînés dans le courant du bord externe.

Ceci peut d'ailleurs se comprendre aisément : il faut que le débit soit fort pour que le chemin parcouru par les légers soit assez long avant que leur poids les ait amenés sur le fond du canal ; mais il faut qu'il ne soit pas trop puissant pour que cette même force de gravité puisse jouer entièrement son rôle pour les éléments lourds. Ainsi, plus la densité des lourds est faible, moins le débit d'alimentation doit être important.

Ces conclusions se trouvent confirmées par des essais faits sur un minerai de fer oolithique calcaire, de granulométrie 0,280 - 0,510 mm titrant 27 % en oolithes. Les résultats de l'enrichissement (tableaux 26 et 27) sont donnés en pourcentage d'oolithes après analyse densimétrique à l'iodure de méthylène ($d = 3,3$).

Tableau 26

Résultats de l'enrichissement d'un minerai de fer lorrain, à débit variable et à pourcentage de solide 10 %

Débit Q m ³ /h	Concentré n° des trous	Concentré % oolithes	Rendement poids oolithes	Rendement oolithes
3,5	2 - 3 - 4	28,8	82,4	87,8
4,5	2 - 3 - 4	30,1	76,5	85,3
6,5	2 - 3 - 4 - 5	36,8	62,4	85,0

Tableau 27

Résultats de l'enrichissement d'un minerai de fer lorrain, à débit variable et à pourcentage de solide 20 %

Débit Q m ³ /h	Concentré n° des trous	Concentré % oolithes	Rendement poids oolithes	Rendement oolithes
3,5	2 - 3 - 4 - 5	27,8	95,3	98,1
4,5	2 - 3 - 4 - 5	28,1	84,9	88,3
6,5	2 - 3 - 4 - 5	36,5	68,0	91,9

Dans les deux cas un débit de 6,5 m³/h donne le concentré à la teneur optimale avec un rendement en oolithes très acceptable. Un débit trop faible ne donne que très peu de séparation entre le concentré et le stérile.

3 - 02 Réglage du pourcentage de solide de la pulpe d'alimentation

Quoique moins important que le débit, le pourcentage de solide S est un facteur d'hétérogénéité non négligeable.

L'interprétation des variances a montré que, lorsque les minéraux à séparer sont proches l'un de l'autre (modalité A₁ de A), le facteur S joue peu ; mais, dans le cas contraire, son influence est significative et ses modalités optimales sont S₂ ou S₃.

De plus la meilleure valeur du pourcentage de solide varie avec la granulométrie (interaction S.G) : elle est de 5 % pour G_1 , de 10 % pour G_2 et de 15 % pour G_3 . Dans tous les cas, la modalité S_4 de S ne convient pas.

On pourrait alors supposer que, pour une granulométrie supérieure à 0,510 mm (G_3), un pourcentage de solide de 20 % ou plus donnerait un meilleur tri des minéraux. Mais une valeur élevée de S, amenant dans la spirale une pulpe contenant un grand nombre de grains, favorise d'emprisonnement des légers au sein des lourds du fait de la descente rapide et massive de ceux-ci sur le fond.

Ainsi, plus la granulométrie est faible, plus la valeur de S doit être faible (5 à 10 %) ; mais, même pour une alimentation à grains de forte dimension, il n'apparaît pas favorable de travailler à plus de 10 ou 15 % en solide.

La comparaison des tableaux 26 et 27 ne montre pas nettement l'influence positive des valeurs inférieures de S, dans l'enrichissement d'un minerai oolithique. Par contre le tableau 28 indique que le traitement d'un minerai quartz-barytine (0,5 - 1 mm) avec un débit de 6,5 m³/h donne le meilleur résultat en opérant avec la plus faible valeur du pourcentage de solide (10 %).

Résultats de l'enrichissement d'un minerai quartz-barytine
(0,5 - 1 mm) à un débit de 6,5 m³/h.

S %	Produits	Trous n°	SO ₄ Ba %	Rendement poids	Rendement SO ₄ Ba
10 %	Conc.	2 - 3 - 4 - 5	95,5	76,7	82,7
	Stérile	6 - 7 ... St	66,0	23,3	17,3
	Alim.		88,6	100,0	100,0
20 %	Conc.	2	93,6	43,1	45,4
	Mixte	3 - 4 - 5	91,5	41,1	42,3
	Conc + Mixte	2 - 3 - 4 - 5	92,6	84,2	87,7
	Stérile	6 - 7 St	68,6	15,8	12,3
	Alim.		88,8	100,0	100,0
40 %	Conc.	2	90,8	56,9	59,2
	Mixte	3 - 4 - 5	88,6	29,4	29,9
	Conc + Mixte	2 - 3 - 4 - 5	90,0	86,3	89,1
	Stérile	6 - 7 St	69,3	13,7	10,9
	Alim.		87,2	100,0	100,0

On ne saurait conclure sans faire remarquer que le réglage du facteur S est fonction du pourcentage en éléments lourds du minerai tout venant. Il est logique de penser que plus les lourds abondent dans l'alimentation, plus ils entraînent de légers dans leur descente sur le fond. Ainsi un minerai riche en lourds doit être traité en pulpe à faible pourcentage de solide (+).

(+) - La section spirale de la Laverie de Climax est alimentée avec une pulpe à 38 - 40 % de solide que l'eau de lavage ajoutée réduit en fin de traitement à 28 - 30 %. La valeur élevée du facteur S (d'autant plus étonnante que 65 % des grains sont inférieurs à 0,15 mm) se conçoit du fait de la très faible quantité de lourds dans l'alimentation (0,03 % de WO₃ - traces de Sn et 1 % de sulfure) et de la très forte différence de densité entre ces lourds et les éléments légers (quartz et silicates)

Les paragraphes précédents ont montré que pour avoir, dans le cas général, une bonne séparation de deux minéraux il fallait avoir :

- un débit d'alimentation élevé : 5,5 à 6,5 m³/h,
- un pourcentage de solide faible : 10 à 15 %.

Il importe maintenant de remarquer que l'interprétation des résultats de l'analyse de variance admet implicitement qu'un mélange de deux minéraux de densité et forme différentes se comporte comme deux ensembles isolés de ces minéraux. Ceci n'est pas prouvé et certainement pas tout à fait exact, mais les résultats des essais sur minerais réels ont confirmé les conclusions émises dans l'optique de cette hypothèse. De toute manière, il ne s'agissait pas de chiffrer exactement le comportement du mélange, mais de déterminer le réglage le plus approché des facteurs donnant la plus grande différence entre le comportement de deux minéraux.

De plus, les conclusions tirées de la comparaison des moyennes de P_4 ne sont valables, en principe, que dans les limites admises au départ pour la granulométrie : le débit - le pourcentage de solide et la densité des minéraux. Pourtant aucune raison logique apparente ne s'oppose à l'extrapolation des résultats trouvés et, en raisonnant par analogie, à l'extension de ces conclusions au traitement d'un minerai quelconque.

Les essais d'enrichissement de minerais réels ont été classés, les uns par rapport aux autres, suivant la meilleure séparation lourds-légers, donc suivant la teneur des concentrés. Or dans certains cas, on ne cherche pas à obtenir le concentré à la plus haute teneur, mais une récupération métal maximale donnant des stériles bien épurés.

Dans cette optique, les résultats montrent que l'on aura le meilleur rendement métal en opérant à faible débit (4,5 m³/h) et à pourcentage de solide élevé (20 % ou plus).

La différence du but à atteindre, donc les réglages des facteurs, dépend ^{très} souvent de la nature du tout venant.

- S'il s'agit d'un minerai à forte teneur en lourds, donc difficile à traiter avec une récupération métal élevée, on aura intérêt à obtenir un bon concentré au 1er stade avec un mixte contenant moins de lourds que le tout venant, donc plus facile à enrichir et en cela retraitsable aisément. On prendra alors $S = 10 \%$ et $Q = 6,5 \text{ m}^3/\text{h}$.

- Si au contraire le minerai contient peu de lourds, il est difficile d'avoir en une seule fois un bon concentré ; on fera alors un pré-concentré plus riche que le tout venant et un stérile définitif. On adoptera pour ce faire : $Q = 4,5 \text{ m}^3/\text{h}$ et $S = 30$ ou 35% .

Quels que soient les réglages ainsi effectués, la forte valeur du débit compensera la faible valeur du pourcentage de solide et vice-versa, de manière à avoir un tonnage horaire traité acceptable avoisinant 1 à 1,5 tonne de minerai sec.

L'eau de lavage et la collection des lourds

-:-

A ce stade de l'expérimentation, l'utilisateur se trouve placé dans les conditions les meilleures pour obtenir un bon concentré. Il lui reste cependant une possibilité d'améliorer l'enrichissement grâce à deux opérations :

- l'introduction de l'eau de lavage,
- le réglage des coupures de la bande des lourds.

1) - L'EAU DE LAVAGE

L'adjonction d'eau claire en aval immédiat des ouvertures de collection a un double but : d'une part, faciliter la descente des minéraux lourds amassés sur le bord intérieur, d'autre part, laver la bande des concentrés de manière à en chasser les éléments légers emprisonnés et à les renvoyer dans le courant rapide du bord extérieur.

Les méthodes d'alimentation en eau de lavage sont très variées mais l'introduction par cuillères est la plus couramment employée. La quantité d'eau claire doit rester entre certaines limites ; tout en étant assez importante pour remplir son but, elle ne doit pas être trop forte et créer, alors, des perturbations dans l'écoulement de la bande des lourds. Les débits globaux sont en général compris entre 650 et 1 800 litres/h : débit élevé lorsque les granulométries traitées et le pourcentage de solide de la pulpe sont forts, débit moindre dans le traitement de fines particules.

La quantité d'eau de lavage doit être soigneusement dosée car elle conditionne la position de la bande des lourds sur le fond de l'appareil, donc le pourcentage d'éléments qui seront collectés par les ouvertures.

H.D. SNEDDEN a montré dans les deux tableaux 30 et 31 l'influence de la variation du débit d'eau de lavage sur la récupération des minéraux lourds lors du traitement d'un minerai grossier amené en pulpe de forte densité.

Tableau 30

- 137 -

Résultats obtenus avec un débit d'eau de lavage de 1800 litres/heure

Produits	Poids %	Minéraux lourds	
		Teneur %	Distribut. %
Concentré	20,8	13,1	55,6
Mixte	13,9	8,2	23,3
Stérile	65,3	1,6	21,1
Aliment.	100,0	5,0	100,0

Tableau 31

Résultats obtenus avec un débit d'eau de lavage de 2250 litres/heure

Produits	Poids %	Minéraux lourds	
		Teneur %	Distribut. %
Concentré	18,8	14,3	53,8
Mixte	13,2	9,1	24,2
Stérile	68,0	1,6	22,0
Aliment.	100,0	5,0	100,0

Ceci montre qu'un débit d'eau claire trop important introduit une perte de minéraux lourds dans le concentré d'environ 2 %.

Ce facteur eau de lavage, qui peut paraître peu intéressant au départ ne doit donc pas être négligé et faire l'objet d'une étude sérieuse lors des essais d'orientation sur un minerai particulier.

2) - LA COUPURE DE LA BANDE DES CONCENTRES

La description des ouvertures de collection des lourds a montré que celles-ci pouvaient être plus ou moins obstruées à l'aide d'opercules couvrant une fraction ou la totalité du trou. La mise en place de ces opercules fera partie intégrante de l'étude de l'enrichissement.

Très souvent les deux premières ouvertures sont fermées de manière à laisser à la pulpe le temps nécessaire à atteindre son équilibre. Celui-ci établi, il importe de ne pas laisser absorber la bande des lourds 3 fois par tour. Il y a intérêt à n'ouvrir qu'un trou sur deux ou trois pour laisser se reformer la bande qui est alors, grâce à l'eau de lavage, mieux débarrassée de ses éléments légers.

- CONCLUSION -

Les chapitres précédents ont jeté les bases générales de l'enrichissement d'un minerai sur spirale Humphreys. On peut résumer les conclusions obtenues en trois grandes lignes de conduite :

- faire un classement granulométrique du tout venant en constituant des tranches de raison aussi faible que possible.
- constituer une pulpe d'alimentation à faible pourcentage de solide (10 - 15 %),
- travailler à débit élevé (5,5 à 6,5 m³/h).

Ceci ne constitue pourtant que des généralités. L'enrichissement d'un minerai est chaque fois un cas particulier et doit faire l'objet d'une étude approfondie en circuit pilote. Cette étude permet de déterminer exactement, non seulement les valeurs à attribuer à chaque facteur de réglage, mais encore le nombre de stades d'enrichissement. Il est en effet très rare que l'on obtienne un bon concentré en un seul passage sur spirale. La plupart du temps un bon résultat final demande plusieurs étages de concentration (dégrossissage - relavage - épuisage) et l'étude pilote détermine le but de chacun de ces étages.

- CONCLUSIONS GENERALES -

L'étude du fonctionnement de la spirale Humphreys peut, sommairement, se diviser en deux parties :

- une étude fondamentale d'où ressortent : une interprétation de l'écoulement de la nappe fluide, une théorie mathématique approchée du mouvement d'une particule soumise à la poussée de la pulpe et une analyse de l'influence des divers facteurs sur le comportement des minéraux dans la coquille.

- une étude d'expérimentation qui, à partir des conclusions de la recherche fondamentale, définit les conditions optimales d'emploi de la spirale Humphreys.

La concentration des minerais, au moyen de cet appareil, est un procédé relativement ancien mais cependant mal connu. L'étude entreprise ne saurait prétendre épuiser le problème de son fonctionnement. Les travaux effectués ont permis de mettre en évidence, outre les conclusions ci-après, un certain nombre de directions de recherche pouvant amener, par la suite, une meilleure compréhension des phénomènes observés.

1) - CONCLUSIONS DE L'ETUDE FONDAMENTALE

1 - 01 L'écoulement de la pulpe dans la spirale Humphreys.

Le problème de l'écoulement du fluide dans un tel appareil est extrêmement complexe. G.W. GLEESON (18) s'appuyant sur la théorie du mouvement d'un liquide dans une conduite courbe, définit, dans la spirale, l'existence de trois courants :

- un courant principal descendant le long de la coquille,
- un courant transversal de fond dirigé de haut en bas et de vitesse décroissante,
- un courant transversal de surface dirigé de bas en haut et de vitesse croissante.

L'examen de l'écoulement et des mesures approchées ont conduit à diviser la nappe fluide en deux zones (figure 12) :

- une zone, proche du bord interne où l'épaisseur de la nappe est peu importante et où le régime est laminaire ; le courant étant perpendiculaire à une section normale à la spire.

- une zone, proche du bord externe où la nappe a une épaisseur plus importante et où le régime est turbulent. Dans cette zone il existerait deux mouvements tourbillonnaires de sens inverse, séparés l'un de l'autre par une portion de fluide où le courant serait perpendiculaire à une section normale à la spire (zone des bulles).

Ces conclusions ont permis de donner une explication approchée du tri effectué par la spirale Humphreys entre les éléments lourds et les éléments légers.

1 - 02 Etude mathématique du mouvement d'une particule.

La portion de coquille proche du bord interne, où se trouve rassemblée la grande majorité des grains, a été assimilée à un plan incliné d'une part sur l'horizontale, d'autre part sur la verticale. Dans un tel plan l'équation du mouvement est de la forme :

$$x = \frac{B}{A} t + \frac{B}{A^2} e^{-At} - \frac{B}{A^2}$$

$$y = \frac{C}{A} t + \frac{C}{A^2} e^{-At} - \frac{C}{A^2}$$

où A, B et C sont des fonctions de la densité, du diamètre, de la forme de la particule, de la densité et de la viscosité du fluide, et du coefficient de frottement du grain sur le fond.

L'influence de divers facteurs (débit d'alimentation, pourcentage de solide de la pulpe, densité et taille du minéral) a été mise en évidence par l'étude de la variation de la pente de la tangente à l'origine de la trajectoire du point, en fonction des variations des facteurs.

Les conclusions suivantes ont été retenues : les particules se dirigent d'autant plus rapidement vers l'axe central que le débit et le pourcentage de solide de la pulpe sont faibles et que la densité et la granulométrie du minéral sont élevées.

Ces conclusions se sont révélées en accord avec les essais expérimentaux.

1 - 03 Etude expérimentale de l'influence des divers facteurs sur l'écoulement des grains dans la spirale.

La description de la spirale Humphreys et l'analyse de l'écoulement de la pulpe ont permis de définir deux catégories de facteurs susceptibles d'influencer l'étalement des grains sur le fond de la spirale :

- les facteurs liés à la pulpe,
- les facteurs liés à l'appareil.

1-03-01 Les facteurs liés à la pulpe.

Ils sont au nombre de quatre :

- le débit Q d'alimentation,
- le pourcentage de solide S de la pulpe,
- la granulométrie G du minéral,
- la nature M du minéral.

L'étalement des grains sur le fond a été entièrement caractérisé par le seul paramètre P_4 : pourcentage poids cumulé à l'ouverture n° 4 ; les particules s'étendant d'autant plus avant dans l'appareil que les valeurs de P_4 étaient plus faibles.

Une analyse de variance, faite sur les valeurs de P_4 obtenue pour diverses modalités des facteurs, a donné les conclusions suivantes :

- Q , S , G et M sont les seuls facteurs liés à la pulpe intervenant dans la distribution des grains.
- Ils sont tous les quatre des facteurs d'hétérogénéité avec un très haut degré de significativité.
- Les interactions entre facteurs sont négligeables devant leurs actions.
- La nature M du minéral et le débit Q d'alimentation sont les plus influents.
- L'erreur absolue maximale faite sur les mesures de P_4 est de ± 2 unités de pourcentage, ce qui est tout à fait raisonnable pour des expériences sur appareil industriel.

Ceci étant, le sens de l'action des facteurs a été trouvé le suivant :

- une augmentation du débit ou du pourcentage de solide de la pulpe entraîne une diminution des valeurs de P_4 donc un plus grand étalement des grains sur le fond,

- une augmentation de la granulométrie ou de la densité du minéral entraîne, au contraire, une augmentation de P_4 donc un rétrécissement de l'étendue de la bande des particules.

La complexité du facteur M, nature du minéral, a été mise en évidence par l'examen des variations de P_4 en fonction de la densité des éléments employés. La comparaison du comportement de deux minéraux de même densité mais de forme différente (barytine et zircon) a laissé envisager que l'aptitude d'une particule à se diriger vers l'axe central était fonction surtout de sa densité, mais aussi de son coefficient de frottement.

1-03-02 Les facteurs liés à l'appareil.

Ces facteurs, chiffrables mais non modifiables dans le cadre de l'étude, sont au nombre de trois :

- le profil de la coquille,
- le pas de l'hélice,
- la rugosité du fond.

Il a été jugé bénéfique, pour une meilleure séparation lourds-légers, de travailler avec un pas plus élevé, une rugosité plus grande et une zone d'étalement des lourds plus vaste que dans la spirale Humphreys. Ces conditions étant globalement réunies dans la spirale australienne Mineral Deposits, la comparaison de l'enrichissement d'un minerai de fer sur les deux appareils a justifié l'hypothèse émise.

2) - CONCLUSIONS DE L'ETUDE D'EXPERIMENTATION.

Le but de cette partie d'expérimentation était de déterminer les conditions d'emploi les plus favorables au traitement d'un minerai quelconque par spirale Humphreys.

- le débit d'alimentation le plus favorable à une bonne séparation se situait entre 5,5 et 6,5 m³/h ; une plus grande différence entre les densités des minéraux accentuant l'action bénéfique des fortes valeurs du facteur Q.

- les meilleurs résultats d'enrichissement (concentré le mieux enrichi) devaient être attendus lors du traitement d'une pulpe dont le pourcentage n'excéderait pas 10 à 15 %, surtout dans le cas de minerai à fort pourcentage en éléments lourds.

De plus l'analyse de variance a fait apparaître une modalité privilégiée du facteur granulométrie : la modalité G₂. Dans tous les cas, les différences entre le comportement de deux minéraux étaient plus nettes pour ceux dont les dimensions étaient comprises entre 0,210 et 0,280 mm.

Ainsi la granulométrie la plus aisément traitable serait assez fine (entre 0,2 et 0,3 mm) et dans tous les cas on aurait avantage à opérer à fort débit et à faible pourcentage de solide.

3) - IMPORTANCE DU TRAITEMENT PAR SPIRALE HUMPHREYS DANS LES TECHNIQUES GRAVIMÉTRIQUES D'ENRICHISSEMENT

La spirale Humphreys est, avec les jigs et les tables à secousses, un des appareils gravimétriques les plus employés. Son importance dans le traitement des minerais est imputable aux nombreux avantages qu'elle présente sur bon nombre de concentrateurs :

- elle traite des particules comprises entre 0,074 et 2 mm, donc dans une zone où les éléments sont facilement libérables sans destruction des unités minéralogiques,

- les tonnages horaires de minerais traités sont importants : 1 à 2 T/h.

- elle ne consomme pas d'énergie, sinon pour les manutentions,

- les frais d'entretien sont minimes car elle ne présente aucune pièce en mouvement, de ce fait elle ne demande qu'un personnel réduit se limitant à la surveillance,

- les investissements sont faibles car son encombrement est réduit : 0,5 m² par tonne traitée par heure compte tenu des nécessités-imposées par les manutentions (16).

Bien sûr, la spirale Humphreys ne convient pas à l'enrichissement de tous les minerais, mais malgré une consommation d'eau importante (5 à 7 m³/h) c'est un appareil très utilisé (12 000 spirales installées). N'étant généralement pas le seul mode d'enrichissement d'un minerai, elle s'intercale aisément sans le compliquer dans un flow-sheet, fonctionnant alors soit comme préconcentrateur, soit comme finisseur.

4) - DIRECTIONS DE RECHERCHES

Les conclusions de plusieurs chapitres ont fait apparaître un certain nombre de lignes de recherche qu'il convient de regrouper ici.

Du point de vue fondamental, il serait très intéressant de réaliser une théorie mathématique exacte du mouvement des grains lors de leur descente hélicoïdale. Ceci permettrait de connaître les valeurs à attribuer tant aux facteurs de réglage qu'aux caractéristiques de l'appareil (par ex. profil...) en fonction du minerai à enrichir.

La mise en place d'une telle théorie exige :

- une connaissance parfaite des conditions d'écoulement de la nappe fluide, donc une étude approfondie des filets liquides, de leur direction et de l'intensité de leur vecteur vitesse,

- la détermination, expérimentale du moins, d'un coefficient caractéristique des minéraux tenant compte de leur densité, de leur forme, de leur mouillabilité et de leur frottement sur le fond et avec leurs voisins.

Du point de vue pratique, une étude du comportement des grains à la limite granulométrique rendrait de grands services aux utilisateurs qui très souvent se heurtent à cet écueil. Cette analyse ferait peut-être apparaître qu'une modification des caractéristiques physiques de l'appareil ou l'emploi de valeurs inhabituelles de débit et de pourcentage de solide, rendrait possible le traitement des fines (0 - 0,1 mm).

Par ailleurs, l'agglomération sur spirale est un procédé utilisé (phosphates de Floride) mais mal connu. Il serait bon d'essayer de l'étendre à d'autres minerais qui, non enrichissables à l'état naturel, deviendraient

parfaitement traitables sur spirale par agglomération des éléments de valeurs ou des éléments de la gangue.

La spirale Humphreys est un appareil très intéressant ^{tant} par l'importance de ses applications, que par son très faible prix de revient. Il convient donc d'élucider au maximum les problèmes qu'elle peut poser de manière à ne pas laisser dans l'ombre quelques possibilités d'emploi permettant de réaliser de grandes économies.

Détermination expérimentale du coefficient de forme des grains minéraux (29)

-:-

La manière la plus courante de caractériser la forme d'un grain minéral est de définir son coefficient ou facteur de forme Ψ

$$\Psi = 4,87 \cdot \frac{V^{2/3}}{\Sigma}$$

V étant le volume de la particule et Σ sa surface.

Ψ est égal à 1 pour une sphère et inférieur à l'unité pour un corps de forme quelconque. Ainsi défini, ce facteur est impossible à mesurer car, si le volume V du grain est aisé à obtenir, il n'en est pas de même de sa surface Σ . Pour connaître les valeurs de Ψ on a alors recours à une détermination expérimentale.

1) - PRINCIPE DE LA DETERMINATION EXPERIMENTALE DU FACTEUR DE FORME.

Lorsque dans un tube rectiligne vertical un courant fluide traverse un lit fixe de grains minéraux, il subit une perte de charge due au solide qui, en régime laminaire, est donnée par la formule :

$$\frac{\Delta p}{L} = 18 \pi^2 \cdot \frac{\mu v_o}{\Psi^2 d^2} \cdot \frac{(1-\epsilon)^2}{\epsilon^3} \quad (1)$$

où Δp est la perte de pression en baryes

L la hauteur de la couche solide en cm.

μ la viscosité du fluide en poise

v_o la vitesse du fluide en cm/s

Ψ le facteur de forme des grains

d le diamètre des grains en cm

ϵ la fraction de vide de la couche pour cent.

L'égalité ci-dessus permet donc de déterminer Ψ si l'on connaît la valeur des autres coefficients. Il suffit pour cela de disposer, en couche fixe, une certaine quantité des grains dont on veut connaître le facteur

de forme, et de faire traverser cette couche par un fluide (un liquide de préférence) de viscosité connue.

Pour obtenir la valeur du coefficient de forme à partir de l'égalité (1) il faut déterminer :

- la fraction de vide ϵ de la couche ; la densité ρ_s du minéral et le poids total P de la couche étant connus, on obtient ϵ par l'égalité suivante :

$$1 - \epsilon = \frac{P}{\rho_s SL} \quad \begin{array}{l} \text{où S est la section du tube} \\ L \text{ la hauteur de la couche solide} \end{array}$$

- le diamètre d des particules ; il faut que l'échantillon choisi soit composé de grains de taille sensiblement égale. On prend donc les particules dont le diamètre est compris entre les mailles de deux tamis voisins.

- la vitesse du fluide ; elle est facilement mesurable surtout lorsqu'il s'agit d'un liquide ; il convient cependant de s'assurer que v_0 est assez faible pour que l'écoulement se fasse en régime laminaire, c'est-à-dire que le nombre de Reynolds ⁽⁺⁾ soit inférieur à 10.

La précision de la méthode est très acceptable (29) mais, si l'erreur sur la mesure de Δp a peu de répercussions sur la valeur de Ψ , il n'en est pas de même des erreurs faites sur la mesure de ϵ : au voisinage de $\epsilon = 0,4$, une erreur de 1 % sur ϵ entraîne une erreur voisine de 5 % sur Ψ .

(+) - Le nombre de Reynolds R est donné par la formule : $R = \frac{v_0 d \rho_f}{\mu}$

avec v_0 : vitesse du fluide en cm/s

d : diamètre des particules en cm

μ : viscosité du fluide en poise

ρ_f : densité du fluide

Les travaux de CARMAN (+) développent les précautions à prendre lors de la détermination expérimentale de Ψ , et les corrections à apporter de manière à tenir compte de l'influence perturbatrice des parois du tube.

2) - APPLICATION A LA DETERMINATION DU FACTEUR DE FORME DES GRAINS DE QUARTZ DES SABLES D'ANTÉTÉ.

Le quartz d'Antété, utilisé dans l'étude expérimentale, se présente sous forme de grains pseudosphériques de densité $\rho_s = 2,7$. La détermination de Ψ a porté sur la fraction 0,350 - 0,417 mm ; le diamètre moyen adopté est $d = 0,038$ cm.

2 - 01 Appareillage utilisé.

Le fluide choisi pour la traversée de la couche solide est l'eau de viscosité $\mu = 0,01$ poise et de densité $\rho_f = 1$.

La figure 38 montre le cylindre de verre de section $40,7 \text{ cm}^2$ (diamètre 7,2 cm) dans lequel est disposée, sur un fond poreux (tamis de 0,168 mm) la couche de grains de quartz. La hauteur L de la couche est variable avec la vitesse v_0 du courant d'eau et le poids P de matériau utilisé.

L'eau pénètre dans le tube par un ajutage situé à la base du fond poreux. La vitesse v_0 du courant est maintenue constante grâce à un bac à niveau constant ; sa mesure est effectuée par l'estimation du débit du flot liquide débordant à l'ajutage de la partie supérieure du tube.

2 - 02 Détermination du facteur de forme

Il est très difficile de conserver la couche fixe lors de l'écoulement du fluide à travers le lit. L'équation des pertes de charge établie en lit fixe étant encore valable en fluidisation liquide, il a été jugé intéressant de se placer en système fluidisé avec un écoulement laminaire.

(+) - CARMAN. The determination of the specific surface of the powders. Journal of Society of Chemical Industry (London) 57, 1938 p. 225 et 58, 1939 p. 1

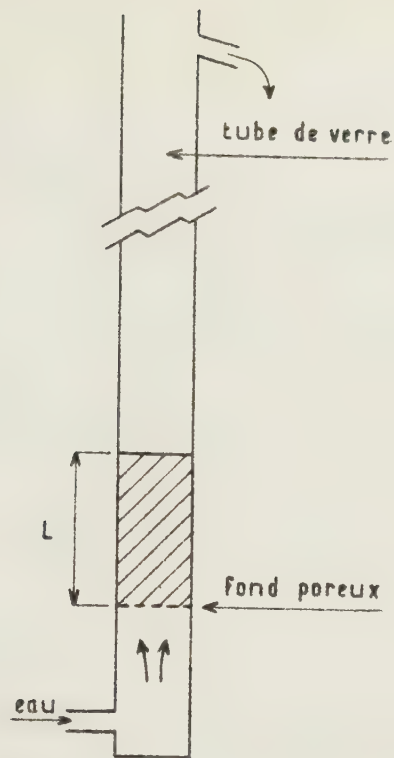


Figure 38 : Appareillage pour la mesure du coefficient de forme.

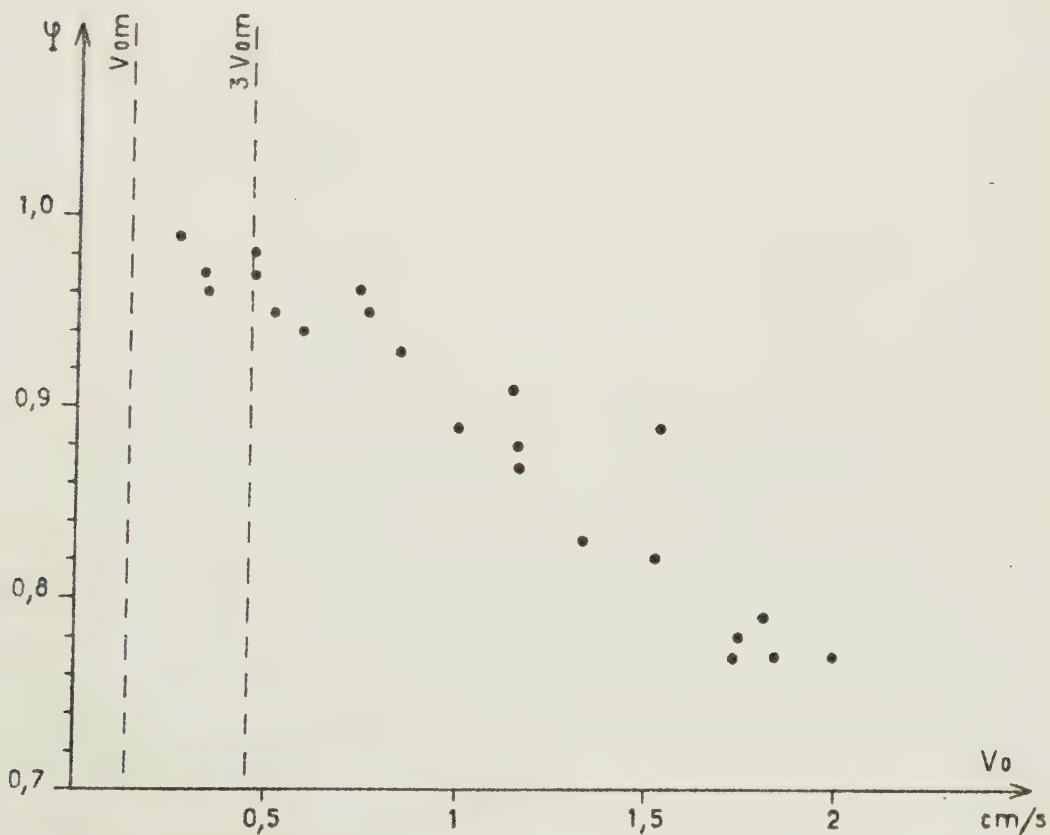


Figure 39 : $\psi = f(v_0)$ pour le quartz des sables d'Antété.

L'équation (1) s'écrit alors :

$$\frac{\Delta p}{L} = 18 \pi^2 \frac{\mu v_0}{\psi_d^2} \cdot \frac{(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3} = (1 - \epsilon) (p_s - p_r) g$$

Le facteur de forme se calcule de la manière suivante :

$$\psi^2 = \frac{18 \pi^2}{g} \cdot \frac{\mu v_0 (1 - \epsilon)}{\epsilon^3 (p_s - p_r) d^2}$$

La fraction de vide ϵ , variable avec la fluidisation donc avec v_0 , est calculée comme indiqué au § 1.

2 - 03 Résultats obtenus

Plusieurs essais ont été effectués avec des échantillons de poids variable et des vitesses v_0 du fluide différentes mais donnant toujours un régime laminaire. (nombre de Reynolds inférieur à 10)

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

Tableau 32

Valeurs de ψ obtenues pour le quartz d'Antété ($d = 0,380$ mm)

P (g.)	v_0 (cm/s.)	R	E	ψ
500	0,34	1,29	0,51	0,96
	0,73	2,77	0,61	0,96
	1,14	4,33	0,69	0,91
	1,53	5,81	0,73	0,89
	1,83	6,95	0,79	0,77
600	0,28	1,06	0,48	0,99
	0,48	1,82	0,55	0,98
	0,76	2,89	0,62	0,95
	1,18	4,48	0,70	0,88
	1,33	5,04	0,73	0,83
800	1,73	6,57	0,78	0,77
	0,46	1,75	0,55	0,97
	0,85	3,23	0,64	0,93
	1,17	4,45	0,70	0,87
	1,52	5,78	0,75	0,82
1 000	1,81	6,88	0,78	0,79
	0,32	1,22	0,50	0,97
	0,52	1,98	0,57	0,95
	0,59	2,24	0,59	0,94
	1,04	3,95	0,68	0,89
	1,74	6,61	0,78	0,78
	1,99	7,56	0,80	0,77

2 - 04 Conclusions

Les valeurs trouvées pour Ψ sont très dispersées puisque dans les limites de l'expérience elles se situent entre 0,77 et 0,99.

Si le poids initial P de l'échantillon mis dans le tube ne semble pas avoir d'influence sur la dispersion des résultats, il apparaît que la valeur de Ψ diminue si l'on augmente la vitesse du courant fluide. La courbe de la figure 39 montre que si v_0 augmente, Ψ diminue d'une façon sensiblement linéaire.

Ces variations de Ψ laissent penser que les lois des pertes de charge en lit fixe ne sont que difficilement extrapolables au régime fluidisé. Il est alors loisible d'admettre avec REBOUX que les résultats les plus satisfaisants sont obtenus avec des vitesses de fluide comprises entre $v_{om}^{(+)}$ et $3 v_{om}$, soit entre 0,15 et 0,45 cm/s.

Le coefficient de forme du quartz d'Antété serait alors compris entre 0,96 et 0,99, ce qui doit être proche de la réalité puisque les grains sont très voisins d'une sphère.

Des mesures analogues ont été entreprises sur la barytine de Meyri-gnac et sur les oolithes du minerai de fer calcaire. La dispersion des résultats était sensiblement analogue à celle observée ci-dessus. En restreignant les mesures au domaine $V_{om} - 3 V_{om}$ on a obtenu les résultats suivants :

pour la barytine : $0,77 < \Psi < 0,80$

pour les oolithes : $0,73 < \Psi < 0,76$

(+) - v_{om} représente la vitesse minimum de fluidisation. Elle est déterminée par l'équation suivante :

$$v_{om} = 0,005 \frac{\Psi^2 d^2}{\mu} g (\rho_s - \rho_f) \frac{\epsilon_m^3}{1 - \epsilon_m} \quad (2)$$

où ϵ_m est la fraction minimum de vide de la couche que l'on détermine comme au § 1 après être revenu en lit fixe par décroissance de v_0 .

Dans le cas envisagé ici, on a trouvé $\epsilon_m = 0,43$ donc $v_{om} = 0,15$ cm/s.

- BIBLIOGRAPHIE -

- (1) - ADAIR R. - Mc DANIEL W.J. - HUDSPETH W.R. - New method for recovery of flake mica. Min. Eng. March 1951
- (2) - ANDRIEU R. - Etude des systèmes fluidisés liquide-solide. Thèse Nancy 1956
- (3) - Anonyme - Florida sands boost supply of titanium minerals. Eng. Min. Journal May 1952
- (4) - Anonyme - Manual of operating instructions : The Humphreys spiral closed circuit test unit. The Humphreys Investment Co, Bul. 10, May 1952
- (5) - Anonyme - Préparation des Minerais non ferreux aux Etats-Unis. Documentation O.E.C.E. Janvier 1953
- (6) - Anonyme - Spiral gravity concentration - Min. World. Oct. 1943
- (7) - AVERY W.M. - Noralyn mine opens new era. Pitand Quarry - June 1948
- (8) - BLAZY P. - Compte rendu technique du voyage aux Etats-Unis et au Mexique. Ecole Nationale Supérieure de Géologie, Nancy : Août 1961
- (9) - BLAZY P. - CASES J. - Coloration sélective de carbonates et traitement des minerais. Bull. Soc. franç. Crist. - Avril-Juin 1963
- (10) - BOYARD G. - Application d'un plan factoriel de travail à la laverie de Touissit. Rev. Ind. Min. Fév. 1956
- (11) - BROWN W.E. - ERCK J. - Humphreys Spiral concentration on Messabi Range ore. Min. Eng. - June 1949
- (12) - BRUN A. - MARTINOT LAGARDE A. - Mécanique des Fluides. Dunod éditeur, Paris 1960
- (13) - CARPENTIER J.H. - Mining concentration of ilmenite and associated minerals at Trail - Ridge, Florida. Min. Eng. - Aug. 1953
- (14) - COOLEY C.M. - Climax by - product plant operating at full capacity - Min. Eng. - Janv. 1953
- (15) - DETWEILER J.C. - Jacksonville plant produces titanium - Min. Eng. - June 1952
- (16) - DURAND M. - La spirale Humphreys. I.R.S.I.D. - Rapport intérieur - Juillet 1959

- (17) - GAUDIN A.M. - Principles of Mineral Dressing - Mc Graw. Hill Book Company Inc. New-York - London 1939
- (18) - GLEESON G.W. - Why the Humphreys spiral works - Eng. and Min. Journ.- March 1945
- (19) - HAVRE H. - Préparation mécanique et concentration des minerais par flottation et sur liqueurs denses. Librairie Polytechnique C.H. Béranger - Paris 1952
- (20) - HUBRARD J.S. - Spiral concentration - Min. World, Sept. 1948
- (21) - HUBRARD J.S. - HUMPHREYS I.B. - BROWN W.E. - Humphreys spiral concentrator in recent ore dressing practice. Min. World, May 1953
- (22) - HUDSPETH W.R. - Spirals recover heavy-minerals by - product at Kings Mountain N.C. - Min. Eng., Aug. 1952
- (23) - HUMPHREYS I.B. - Procédé et appareil de concentration et de séparation des minerais et autres produits - Brevet d'invention n° 920-516. Min. de la product. ind., Janv. 1946
- (24) - HUMPHREYS I.B. - HUBRARD J.S. - Where spirals replaced tables flottation cell. Eng. Min. Journal, March 1945
- (25) - HÜTTE - Manuel de l'ingénieur - Librairie Polytechnique C.H. Béranger, Paris 1947
- (26) - JAVELLE P. - Evolution des techniques applicables aux minerais de fer français. Rev. Ind. Min., Janv. 1963
- (27) - MURARD R. - Probabilités et statistiques - Rev. de l'Ind. Min. document S.I.M. 15 oct. 1960
- (28) - PRYOR E.J. - An introduction to mineral dressing - Min. Public. Ltd - London 1955
- (29) - REBOUX P. - Phénomènes de fluidisation - Ass. Franç. de fluidisation , Paris
- (30) - ROBERTS A.E. - Highland plant recovers titaniferous minerals - Min. World Nov. 1955
- (31) - SCHWARTZ B. - Conférences de statistiques - Houill. du Bas. du Nord et du Pas de Calais - Janv. 1961
- (32) - SNEDDEN H.H. - Tuning a Humphreys spiral concentrator efficient operation. The Humphreys Investment Co., Bul. n° 22

- (33) - TAGGART A.F. - Handbook of mineral dressing - Janv. 1948
 - (34) - TESTUT R. - Préparation des minerais. Rev. de l'Ind. Min. - Document S.I.M. L, Déc. 1958
 - (35) - THOMSON J.W. - BROWN W.E. - The Humphreys spiral - Some present and potential applications - The Humph. Inv. Co, Bul. n° 11
 - (36) - THOMSON J.W. - The Humphreys spiral concentrator - Its place in ore dressing - Min. Eng.
 - (37) - WOOD J.A. - Spiral concentrator recovers tantalum ores at the Harding mine - Min. Congr. Journal, Janv. 1946
 - (38) - YANCEY H.F. - Determination of shapes of particles and their influence on treatment of coal on tables. Trans. AIME - New-York 1931
-

DEUXIEME THESE

Proposition donnée par la Faculté :

Fragmentation des roches par onde électromagnétique.

Vu et approuvé,

NANCY , le 18 Novembre 1963

Vu et permis d'imprimer :

Le Doyen de la Faculté des Sciences :

Le Recteur de l'Académie de Nancy

NANCY , le 19 Novembre 1963

M. ROUBAULT

P. IMBS

